

DOI:10.16799/j.cnki.csdqyfh.2020.12.047

基于分形理论宾汉浆液在多孔介质中的扩散研究

郝东旭¹, 薛丹璇¹, 张兴宇¹, 杜雪明²

(1.中国市政工程华北设计研究总院有限公司, 天津市 300074; 2.郑州大学水利科学与工程学院, 河南 郑州 450000)

摘 要: 在分形理论的基础上, 构建了宾汉流体在多孔介质中的扩散模型, 分析了浆液黏度、浆液初始剪切力和受注介质孔隙结构特征(孔隙度)对浆液扩散规律的影响, 以便为注浆在岩土工程灾害治理中的合理设计提供技术支撑。结果表明: (1) 当孔隙通道的曲折度分形维数 D_f 为 1.5 时, 浆液扩散压力随着扩散距离的增加呈非线性迅速减小趋势, 而当 D_f 为 1.0 时, 浆液扩散压力随着扩散距离的增加无明显变化; (2) 当 D_f 较大时, 浆液压力损耗随着浆液初始剪切力的增加呈非线性迅速减小趋势, 而当 D_f 较小时, 在相同条件下, 浆液压力损耗随浆液初始剪切力的增加无明显变化; (3) 浆液压力损耗随着受注介质孔隙度的增加呈现先急剧减小、后缓慢减小的趋势。

关键词: 宾汉型浆液; 分形理论; 压力; 扩散

中图分类号: TU435

文献标志码: A

文章编号: 1009-7716(2020)12-0172-04

0 引言

注浆是将浆液通过注浆管注入到受注介质中, 使浆液与受注介质空隙中的水和空气进行替换, 从而达到改善受注介质结构性能的目的, 其具有很强的实用性, 已经被广泛地应用到公路、矿山和隧道工程等各个领域。由于注浆具有很强的实践性, 目前在注浆扩散理论方面的研究相对来说还不成熟。在工程实践注浆过程中, 浆液扩散压力、扩散半径以及浆液的流变性能一般都是根据经验^[1]来确定的, 这不仅严重地影响了注浆的效果, 也在一定程度上造成了地下水污染, 因此, 对注浆扩散理论进行深入研究具有重大意义。

为了更好地指导浆液扩散参数的选取, 相关学者在浆液扩散机理方面开展了一系列研究。杨坪等^[1]、杨秀竹等^[2-3]在达西定律基础上, 通过球形扩散理论对宾汉流体和幂率流体的本构方程进行推导, 获得了浆液在岩土介质中的渗透扩散模型, 进而分析了浆液的流体参数对浆液扩散压力和扩散半径的影响规律。邹金锋等^[4-5]基于达西定律和幂率流体本构方程建立了压力衰减模型, 分析了浆液沿扩散半径方向上扩散压力的衰减规律。王晓晨等^[6]通过自主研发的裂隙注浆模拟试验平台开展了一系列扩散试验, 得到了在不同裂隙结构特征和浆液特性条件下浆液在扩散路径上的浓度分布规律。沙飞等^[7]通过自主研发的可视化恒压注

浆扩散试验装置, 研究了不同工况条件下注浆量与浆液扩散距离的关系, 同时也研究了不同浆液参数和砂样级配条件下加固体的固结机理。张志沛等^[8]基于 FLAC 3D 软件构建了浆液在软土中的扩散模型, 研究了注浆方式和注浆压力对浆液在软土中扩散规律的影响; 杨志全等^[9-11]基于宾汉流体的本构方程构建了球形和柱形浆液扩散模型, 研究了浆液时变性对浆液扩散的影响规律。

上述研究成果主要侧重于浆液的流体特征对浆液扩散规律的影响, 而实际上受注介质的孔隙结构特征对浆液的扩散规律也具有很大影响, 但目前相关研究还较少。本文基于分形理论和宾汉流体的本构方程, 构建了浆液在孔隙介质中的扩散模型, 研究了浆液的流体特征和孔隙介质特征(孔隙通道的曲折度分形维数)对浆液在孔隙介质中扩散规律的影响, 以期对注浆在岩土工程灾害治理中的合理设计提供技术支撑。

1 基于分形理论宾汉型浆液注浆扩散理论模型

多孔介质是由孔隙和骨架构成的, 为了便于研究, 本文假设多孔介质的孔隙是由一系列不同孔径大小且曲折的孔隙通道构成, 孔隙通道的数量 N 和孔隙通道直径 λ 的关系式为:

$$N(\geq \lambda) = \left(\frac{\lambda_{\max}}{\lambda} \right)^{D_f} \quad (1)$$

式中: $\lambda_{\max}$ 为孔隙通道的最大直径; D_f 为孔隙的分形维数。

对式(1)中的参数 λ 进行微分, 得:

收稿日期: 2020-04-03

基金项目: 国家重点研发计划项目(2017YFC1501200); 国家自然科学基金资助项目(51978630, 51678536)

作者简介: 郝东旭(1988—), 男, 本科, 工程师, 从事道路工程研究工作。

$$-dN(\lambda) = D_f \lambda^{\frac{D_f}{D_f-1}} \lambda^{-(D_f+1)} d\lambda \quad (2)$$

文献[12-14]证实,多孔介质中的弯曲孔隙通道长度符合分形尺度规律,为:

$$L_i = \lambda^{1-D_f} L_0^{D_f} \quad (3)$$

式中: L_i 为孔隙的真实距离; L_0 孔隙的表征距离; D_f 为孔隙通道曲折度分形维数。

对式(3)中的参数 λ 进行微分,得:

$$dL_i = \lambda^{1-D_f} L_0^{D_f} D_f d\lambda \quad (4)$$

宾汉流体的本构方程为:

$$\tau_w = \tau_0 + \mu \gamma \quad (5)$$

式中: τ_w 为剪切应力; τ_0 为初始剪切力; μ 为浆液的黏度; γ 为剪切率。

针对宾汉流体,依据文献[15]和式(5),可将单个弯曲通道的体积流量 $q(\lambda)$ 表示为:

$$q(\lambda) = \frac{\pi \lambda^4}{8\mu} \left(-\frac{dp}{dL} \right) \left(1 + \frac{2\tau_0/\lambda}{dp/dL} \right) \quad (6)$$

式中: p 和 L 分别为注浆扩散压力和扩散距离。

联合式(2)和式(6),整理可得:

$$q(\lambda) = -\frac{\pi \lambda^{3+D_f}}{8\mu D_f L_0^{D_f-1}} \frac{dp}{dL_0} - \frac{\pi \lambda^3 \tau_0}{4\mu} \quad (7)$$

通过孔隙介质单位体积的总流量 $Q(\lambda)$ 可以由通过孔隙介质单位体积内包含的一系列单个孔隙通道的流量累加得到,这一系列孔隙通道的直径范围是 $(\lambda_{\min}, \lambda_{\max})$ 。结合式(2)、式(4)、式(6)和式(7),得:

$$Q(\lambda) = - \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} q(\lambda) dN(\lambda) = \frac{\pi D_f \lambda^{\frac{3-D_f}{D_f-1}}}{8\mu D_f L_0^{\frac{D_f-1}{D_f-1}}} \frac{dp}{dL_0} \left(1 - \left(\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \right)^{\frac{3-D_f}{D_f-1}} \right) + \frac{\pi L_0 D_f \tau_0 \lambda^{\frac{3-D_f}{D_f-1}}}{4\mu (3-D_f)} \left(1 - \left(\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \right)^{\frac{3-D_f}{D_f-1}} \right) \quad (8)$$

根据分形理论,孔隙介质单位体积内毛细管的总体积 V_p 是由一系列直径范围为 $(\lambda_{\min}, \lambda_{\max})$ 的单个毛细管的体积累加得到,即:

$$V_p = - \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} V_u \cdot S dN(\lambda) \quad (9)$$

式中: V_u 为单个毛细管的容积量; S 为毛细管横截面的面积。

结合文献[12],式(9)可以进一步表达为:

$$V_p = \frac{\pi L_0^{\frac{D_f}{D_f-1}} D_f \lambda^{\frac{3-D_f}{D_f-1}}}{4 (3-D_f-D_f)} \left(1 - \phi^{\frac{3-D_f-D_f}{2-D_f}} \right) \quad (10)$$

式中: ϕ 为孔隙度。

由于通过孔隙介质孔隙通道的总流量等于所有孔隙通道的体积总和,因此:

$$Q(\lambda) = V_p \quad (11)$$

结合式(8)、式(10)和式(11),得:

$$dp = \frac{2\mu D_f L_0^{\frac{2D_f-1}{D_f-1}}}{(3-D_f-D_f)} \left(1 - \phi^{\frac{3-D_f-D_f}{2-D_f}} \right) dL_0 -$$

$$\frac{2\lambda^{\frac{D_f}{D_f-1}} \tau_0 D_f L_0^{\frac{D_f}{D_f-1}}}{(3-D_f)} \left[\frac{\frac{1}{1-\phi} \frac{3-D_f}{2-D_f}}{1-\phi^{\frac{3-D_f-D_f}{2-D_f}}} \right] dL_0 \quad (12)$$

2 孔隙介质结构特征和浆液流体特征对压力损耗的影响

假定所研究的浆液符合宾汉流体的流变特征,本文在考虑浆液流动通道弯曲程度的前提下,研究浆液黏度、浆液初始剪切力和受注介质的孔隙度对浆液沿扩散方向压力衰减规律的影响。

根据分形理论,孔隙通道的曲折程度可以用孔隙通道的曲折度分形维数 D_f 来表征, D_f 越大,相同表征距离所对应的真实距离越大。图1为 D_f 不同时孔隙的表征距离与真实距离的变化关系图。按照一般的注浆理论计算,不考虑孔隙通道的曲折程度时,孔隙的表征距离应与真实距离相等,如图1中 $D_f=1.0$ 的曲线所示。由于孔隙通道一般都具有不同程度的曲折,使得孔隙通道的真实距离往往大于其表征距离。

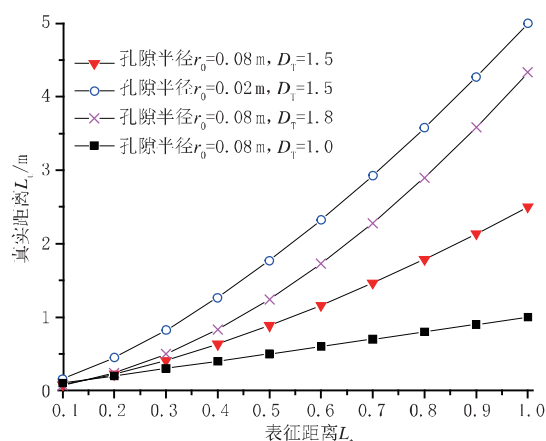


图1 孔隙通道的曲折度分形维数不同时孔隙表征距离与真实距离的变化关系图

由图1可知,孔隙半径对孔隙通道的真实距离有较大影响,孔隙半径越小,其对应的真实距离越大。

3 扩散过程中压力损耗与浆液黏度、初始剪切力和距离的关系

图2为 D_f 分别为1.0、1.5,且孔隙半径 r_0 不同时的浆液扩散压力随扩散距离变化的曲线。由图2可知,随着测试点与注浆源之间距离的增加,浆液的扩散压力呈现非线性减小趋势。当 D_f 为1.5时,注浆扩散压力随着测试点与注浆源之间距离的增加呈非线性迅速减小,而当 D_f 为1.0(即孔隙通道为直线型)时,浆液扩散压力随着扩散距离的增加无明显变化。由图2还可以看出,当孔隙半径较小

时,浆液扩散压力随着扩散距离的增加呈现先急剧减小、后缓慢减小的趋势。由于孔隙通道的曲折度分形维数越大,在相同表征距离情况下孔隙通道的真实距离越大,则浆液在扩散过程中所消耗的能量也越大,因此浆液扩散压力随着扩散距离的增加呈现急剧下降的趋势。

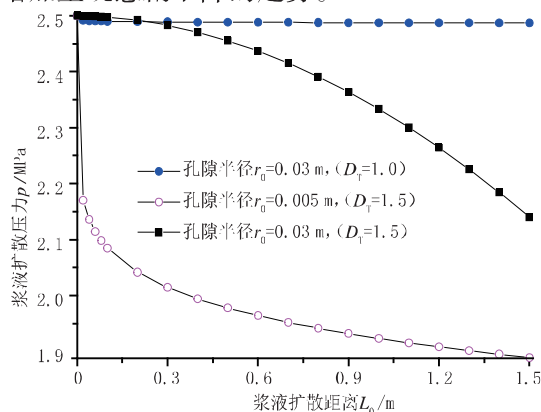


图2 浆液扩散压力与扩散距离的关系曲线

($\tau_0=0.003 \text{ Pa}$, $\mu=0.04 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{0.6}$, $\phi=0.3$, $D_f=1.9$)

图3为 D_f 分别为1.0、1.5,且浆液黏度不同的浆液压力随浆液扩散距离变化的曲线。由图3可知,在孔隙通道的曲折度分形维数相同条件下,大黏度浆液和小黏度浆液所对应的注浆压力差值随着扩散距离的增加而逐渐增加;另外,当浆液黏度为 $0.007 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{0.6}$ 时, D_f 为1.5所对应的浆液扩散压力随着扩散距离的增加呈先急剧减小、后缓慢减小的趋势,而 D_f 为1.0所对应的浆液扩散压力随着扩散距离的增加无明显变化。这主要是由于浆液黏度的大小决定着浆液在孔隙通道中流动的难易程度,浆液黏度越大,浆液在孔隙通道中扩散时需要克服的剪切力越大,因此压力损耗也越大。同时,孔隙通道的曲折度分形维数也是决定浆液扩散压力损耗的一个重要因素,孔隙通道的曲折度分形维数越大,则孔隙通道的真实长度越长,浆液与孔隙通道的接触面积越大,浆液所受的剪切力也就越大。

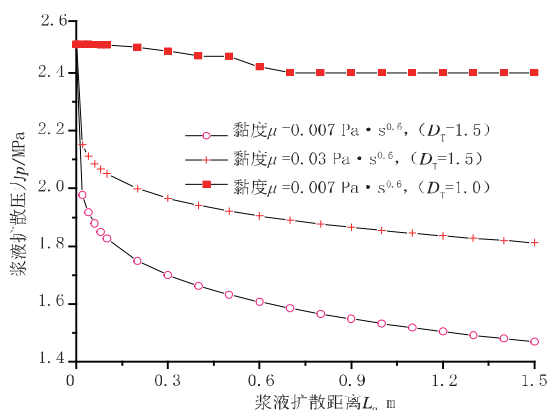


图3 浆液黏度不同时浆液扩散压力随扩散距离的变化

($\tau_0=0.003 \text{ Pa}$, $r_0=0.006 \text{ m}$, $\phi=0.3$, $D_f=1.9$)

浆液压力损耗与浆液初始剪切力的关系曲线见图4。由图4可知,在孔隙半径相同条件下(如 0.02 m),当 D_f 为1.5时,浆液压力损耗随着浆液初始剪切力 τ_0 的增加呈非线性迅速减小趋势,特别是 τ_0 为 $0.001\sim 0.006 \text{ Pa}$ 时的衰减幅度最大;当 D_f 为1.0时(孔隙通道为直线型),在相同条件下,浆液压力损耗随浆液初始剪切力的增加基本无变化。这主要是因为浆液的初始剪切力表征着浆液流动特性,浆液的初始剪切力越大,表明浆液的流动性越好,越接近牛顿流体,则浆液在孔隙通道中流动所耗损的能量越小。

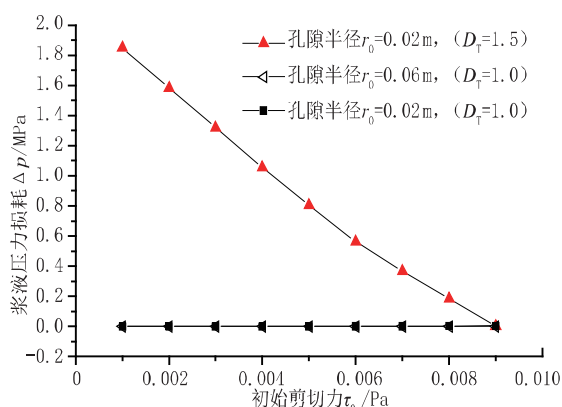


图4 浆液压力损耗与浆液初始剪切力的关系曲线

($\mu=0.04 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{0.6}$, $\phi=0.3$, $L_0=0.6 \text{ m}$, $D_f=1.9$)

4 浆液压力损耗与孔隙度的变化规律

浆液压力损耗随受注介质孔隙度变化的规律见图5。由图5可知,浆液压力损耗随着受注介质孔隙度的增加呈现先急剧减小、后缓慢减小的趋势。受注介质孔隙度较小时($\phi \leq 0.4$),浆液压力损耗随着受注介质孔隙度的增加而急剧减小,这也表明受注介质孔隙度小于某一特定值时,浆液在此介质中处于不流动状态;当受注介质孔隙度较大时,浆液压力损耗随着受注介质孔隙度的增加呈现缓慢减小甚至基本不变的趋势。这主要是由于受注介质孔隙度增大时,表明受注介质中可供浆液流动的通道数量增加,同时也表明孔隙通道的半径也变大,这使得浆液在受注介质中流动时所受的剪切阻力大大减小。

5 结语

(1)基于分形理论和宾汉流体建立了浆液在多孔介质中的扩散模型,探讨了浆液的流体特性(浆液的黏度和初始剪切力)和受注介质孔隙结构特征(孔隙度)对浆液扩散过程中压力损耗的影响规律。

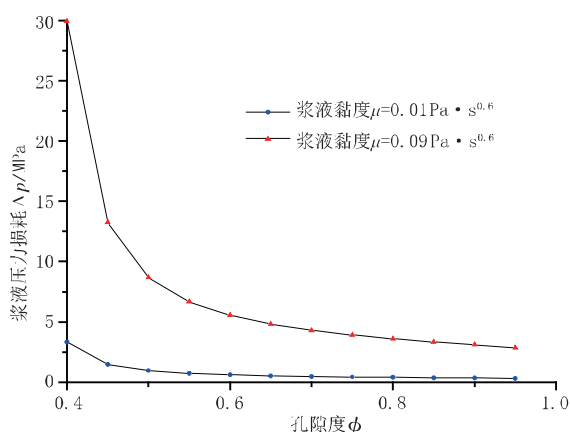


图 5 浆液压力损耗随孔隙度的变化规律

($\tau_0=0.003 \text{ Pa}$, $L_0=0.5 \text{ m}$, $D_1=1.9$)

(2) 孔隙通道的曲折度分形维数对浆液在孔隙介质中的扩散规律具有显著影响。受注介质的孔隙通道曲折度分形维数越大, 则孔隙通道的真实长度越长, 同时孔隙通道的接触面积越大, 浆液在孔隙通道中扩散时所受的剪切力也越大。因此, 浆液在高孔隙通道曲折度分形维数的多孔介质中扩散时, 其压力损耗较大。

(3) 浆液的流体特性是影响浆液在孔隙介质中扩散规律的一个重要参数。浆液的黏度越大, 则浆液的流变性能越差, 浆液在孔隙通道中扩散的能耗也越大。

参考文献:

- [1] 杨坪, 唐益群, 彭振斌, 等. 砂卵(砾)石层中注浆模拟试验研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(12): 2134-2138.
- [2] 杨秀竹, 王星华, 雷金山. 宾汉体浆液扩散半径的研究及应用[J]. 水利学报, 2004(6): 75-79.
- [3] 杨秀竹, 雷金山, 夏力农, 等. 幂律型浆液扩散半径研究[J]. 岩土

力学, 2005, 26(11): 112-115.

- [4] 邹金锋, 李亮, 杨小礼. 劈裂注浆扩散半径及压力衰减分析[J]. 水利学报, 2006, 37(3): 314-319.
- [5] 邹金锋, 童无欺, 罗恒, 等. 基于 Hoek-Brown 强度准则的裂隙岩体劈裂注浆力学机理[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2013, 44(7): 2889-2896.
- [6] 王晓晨, 刘人太, 张春雨, 等. 裂隙注浆浆液浓度分布试验研究与机制探讨[J]. 煤炭学报, 2020, 45(8): 2872-2879.
- [7] 沙飞, 李术才, 林春金, 等. 砂土介质注浆渗透扩散试验与加固机制研究[J]. 岩土力学, 2019(11): 1-11.
- [8] 张志沛, 彭惠, 饶晓. 软土地基注浆扩散过程数值模拟研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(增刊1): 652-655.
- [9] 杨志全, 侯克鹏, 程涌, 等. 幂律型流体的柱-半球形渗透注浆机制研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(增刊2): 3840-3846.
- [10] 杨志全, 牛向东, 侯克鹏, 等. 流变参数时变性幂律型水泥浆液的柱形渗透注浆机制研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(7): 1415-1425.
- [11] 杨志全, 侯克鹏, 郭婷婷, 等. 黏度时变性宾汉体浆液的柱-半球形渗透注浆机制研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(9): 2697-2703.
- [12] XU P, YU B. Developing a new form of permeability and Kozeny-Carman constant for homogeneous porous media by means of fractal geometry [J]. Advances in Water Resources, 2008, 31(1): 74-81.
- [13] XIAO B, FAN J, FENG D. A fractal analytical model for the permeabilities of fibrous gas diffusion layer in proton exchange membrane fuel cells [J]. Electrochimica Acta, 2014, 134(21): 222-231.
- [14] LIANG M, YANG S, YU B. A fractal streaming current model for charged microscale porous media [J]. Journal of Electrostatics, 2014, 72(6): 441-446.
- [15] WANG S, YU B, ZHENG Q, et al. A fractal model for the starting pressure gradient for Bingham fluids in porous media embedded with randomly distributed fractal-like tree networks [J]. Advances in Water Resources, 2011, 34(12): 1574-1580.

(上接第 165 页)

- [3] 侯占峰. 基于时域模型的车轮随机动载特性仿真分析[J]. 拖拉机与农用运输车, 2010, 37(6): 35-37.
- [4] 清华大学汽车实验室测试技术组. 信号处理实例[Z]. 1982.
- [5] 姚祖康, 等. 路面管理系统[M]. 北京: 人民交通出版社, 1993.

- [6] 孙璐, 邓学钧. 平整度与机场道面谱分析[J]. 华东公路, 1996(2): 35-39.
- [7] JTC D60—2015. 公路桥涵设计通用规范[S].
- [8] 《中华人民共和国道路交通安全法实施条例》[Z]. 2004.