

DOI:10.16799/j.cnki.csdqyfh.2020.11.014

# 斜拉桥顺桥向水平振动频率的实用估算方法

邢丙东<sup>1</sup>, 尚念恒<sup>2</sup>, 彭霞<sup>3</sup>

(1.山东省交通工程监理咨询有限公司, 山东 济南 250002; 2.泰安市公路规划设计院, 山东 泰安 370902;

3.山东交通学院, 山东 济南 250357)

**摘要:** 研究斜拉桥成桥自振频率, 采用双质点法建立顺桥向水平振动分析模型, 推导出纵飘计算公式, 并将公式进行简化, 得到实用估算公式。采用 Midas Civil 软件用有限元法分别对齐河黄河大桥等建立三维有限元模型, 根据成桥阶段模态测试结果, 对比分析有限元分析、双质点法、双质点模型估算公式和现场模态测试结果, 表明了有限元法能够精确模拟桥梁实际受力状态, 而双质点法和估算公式为斜拉桥在方案设计阶段抗震抗风性能的快速判断提供参考。

**关键词:** 斜拉桥; 成桥自振频率; 纵飘; 有限元分析; 双质点模型估算公式; 模态测试

中图分类号: U448.27

文献标志码: A

文章编号: 1009-7716(2020)11-0050-04

## 1 斜拉桥动力特性的研究现状

斜拉桥是一种用斜拉索直接将主梁悬吊在塔柱上的组合体系桥梁, 其中主梁以承受弯矩为主, 拉索承受轴向拉力, 塔柱以承受压力为主。我国斜拉桥目前是世界上斜拉桥最多的国家, 又是一个多地震国家, 斜拉桥的抗震设计变得越来越重要, 对跨海流域修建斜拉桥, 抗风设计也变得很重要。体现斜拉桥振动特性的主要参数是自振频率、振型。本文主要分析斜拉桥动力特性中自振频率的计算, 自振频率越大, 结构刚度质量比越大, 抗风性能越高<sup>[1]</sup>。

斜拉桥振动理论的求解有集中质量法, 广义坐标法和有限元法, 其中有限元法可用于多自由度体系的精确解, 也可以说是连续体系的精确解<sup>[2-5]</sup>。目前斜拉桥动力分析主要以有限元法并结合电算程序进行计算, 计算方法复杂, 而且现行规范对斜拉桥的结构基频问题, 仅给出了对竖向弯曲基频计算一个简化公式<sup>[6]</sup>, 没有提出纵飘振动的计算公式。

1985年, 项海帆提出利用集中质量法, 将主梁和桥塔质量集中在塔顶, 建立单质点模型<sup>[7]</sup>。2005年, 袁万城在此基础上将主梁和桥塔的质量分别等效到塔顶处, 主梁和桥塔的抗推刚度也单独等效, 建立了双质点简化模型<sup>[8]</sup>。2008年以后, 陈铨恺等探讨了高塔斜拉桥纵桥向高阶振型影响分析, 指出主梁的刚度对一阶振型贡献的影响很小。在成桥阶段, 大跨径斜拉桥主梁第一振型为主梁纵飘, 贡献最大, 占绝对优势<sup>[9-11]</sup>。

收稿日期: 2020-07-04

作者简介: 邢丙东(1980-), 男, 硕士, 高级工程师, 从事交通工程监理工作。

双质点采用的集中质量法为双自由度体系<sup>[12,13]</sup>。以下延续了双质点法的计算思路, 分别保持主梁的总质量和塔的总质量不变, 合理确定其质量作用点位置, 根据简化的模型确定简化公式。

## 2 双质点模型及基频估算公式推导

### 2.1 双质点振动简化模型

#### (1) 主梁振动模型简化

主梁的重量由斜拉索传递到桥塔, 以轴心受压的方式作用在桥塔上, 在斜拉索在桥塔的锚固点以下, 整个桥塔均匀受压, 故轴向压力作用点的位置在斜拉索锚固点以下 1/2 位置, 见图 1。

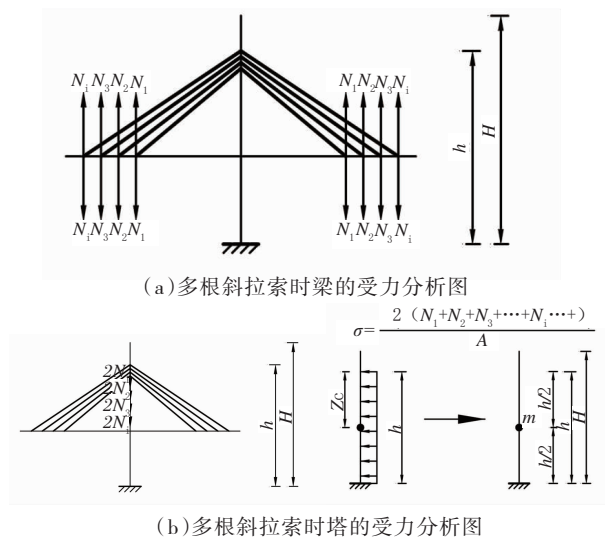


图 1 梁的简化

图 1 中  $h$  为锚索区最高点,  $H$  为塔高,  $N_i$  为梁的节段重量,  $M$  为塔的质量。

#### (2) 桥塔振动模型简化

斜拉桥主塔与承台之间的连接视为刚接。与同济大学双质点模型相类似, 将质量连续分布的桥塔

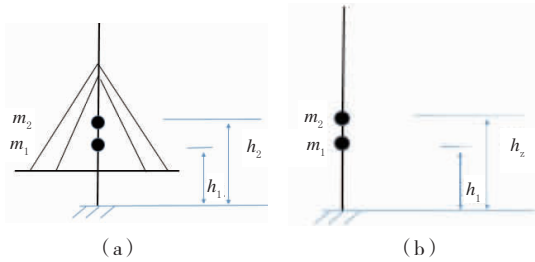
自身质量和作用位置进行等效换算,保持桥塔的总质量不变,作用位置放在桥塔的重心处。

按照等截面直塔推导塔的形心位置<sup>[4]</sup>,即塔的质量作用点。对桥塔建立坐标系,见图2。纵桥向坐标轴为 $y$ ,竖直方向为 $z$ 。设塔高为 $H$ ,塔的质量密度为 $\rho$ ,塔的质量形心为 $Z_c$ 。

塔的质量沿着桥塔高度成线形变化,按照等截面直塔进行力学简化,桥塔的重心位置在桥塔至承台之间1/3位置,即距塔底1/3处, $h_1=H-Z_c=H/3$ 。若为变截面塔,则按照组合截面求塔的形心位置, $h_1=\frac{\sum Z_i A_i}{\sum A_i}$ 。

(3) 双质点振动模型的简化

桥塔和主梁的双质点振动模型简化见图2。



注:  $m_1$  为主梁的总质量;  $m_2$  为桥塔的总质量;  $h_1$  为主梁总质量所对应的等效高度;  $h_2$  为桥塔总质量所对应的等效高度。

图2 斜拉桥的双质点振动简化模型图

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sqrt{(\delta_{11} m_1 + \delta_{22} m_2) + \sqrt{(\delta_{11} m_1 + \delta_{22} m_2)^2 - 4(\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2}}} \quad (8)$$

$$f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sqrt{(\delta_{11} m_1 + \delta_{22} m_2) - \sqrt{(\delta_{11} m_1 + \delta_{22} m_2)^2 - 4(\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2}}} \quad (9)$$

$$\delta_{11} = \frac{h_1^3}{3EI}; \delta_{22} = \frac{h_2^3}{3EI}; \delta_{12} = \frac{3h_2 h_1^2 - h_1^3}{6EI}$$

式中:  $EI$  为桥塔的弹性模量和抗弯惯性矩。

斜拉桥的双质点模型系数和自由项的计算见图3。

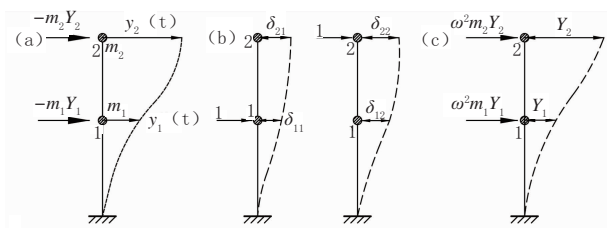


图3 斜拉桥的双质点模型系数和自由项的计算图示

2.3 纵飘频率的估算公式

基于双质点体系结构基频的推导公式,可以看出,自振频率 $f_1$ 数值比 $f_2$ 小。斜拉桥纵飘一阶频率都非常小,分母下方的 $4(\delta_{11} m_2 - \delta_{12} m_1) m_1 m_2$ 数值更小,并且多次试算发现,在图乘法计算 $\delta_{ij}$ 时,主

2.2 双质点自由度自振频率的求解

按柔度法建立自由振动微分方程:

$$y_1(t) = -m_1 \ddot{y}_1(t) \delta_{11} - m_2 \ddot{y}_2(t) \delta_{12} \quad (1)$$

$$y_2(t) = -m_1 \ddot{y}_1(t) \delta_{21} - m_2 \ddot{y}_2(t) \delta_{22} \quad (2)$$

其中 $\delta_{ij}$ 是柔度系数。

设微分方程的解为

$$y_1(t) = Y_1 \sin(\omega t + \alpha) \quad (3)$$

$$y_2(t) = Y_2 \sin(\omega t + \alpha) \quad (4)$$

代入微分方程,得到下列表达式

$$(\delta_{11} m_1 - \frac{1}{\omega^2}) Y_1 + \delta_{12} m_2 Y_2 = 0 \quad (5)$$

$$\delta_{21} m_1 Y_1 + (\delta_{22} m_2 - \frac{1}{\omega^2}) Y_2 = 0 \quad (6)$$

为了得到不全为零的解,应使系数行列式等于零,即

$$D = \begin{vmatrix} \delta_{11} m_1 - \frac{1}{\omega^2} & \delta_{12} m_2 \\ \delta_{21} m_1 & \delta_{22} m_2 - \frac{1}{\omega^2} \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

这就是用柔度系数表示的频率方程或特征方程,由它可以求出两个频率值 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ ,并且自振频率 $f = \frac{\omega}{2\pi}$ 。

$f_1$ 为第一阶自振频率, $f_2$ 为第二阶自振频率

梁和桥塔的等效高度对计算结果变化不敏感,故采用主梁的质量和桥塔的质量比将公式进行修正,这时候公式将简化为

$$f_1 = \frac{\omega}{\pi} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sqrt{\delta_{11} m_1 + \delta_{22} m_2}} \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \quad (10)$$

同样,若桥塔总质量所对应的等效高度大于主梁总质量所对应的等效高度时,则主梁的总质量用 $m_l$ 表示,桥塔的质量用 $m_t$ 表示,相应的等效高度也随之改变。以上公式同样可以用于施工阶段斜拉桥自振频率的计算。

3 有限元方计算及现场测试

3.1 有限元方法及模拟

有限元法是结构设计时常用的方法,有限元模型包含了所有不同特性的单元和节点,自由度比双质点模型多,计算精度将高于双质点模型和简化估算公式。本文采用空间梁单元对桥梁进行有限元模拟计算。利用有限元程序MIDAS Civil2019建

模分析。采用鱼骨形计算模式建模,采用空间桁架单元模拟斜拉索,采用梁单元模拟主梁、横梁和桥塔,主梁和斜拉索以及横梁和桥塔之间的连接采用刚臂相连。采用桁架单元模拟斜拉索。桩土相互作用采用土弹簧进行模拟。

### 3.2 结构振动频率的测试

桥梁动力特性试验使用的是桥梁振动数据采集和分析系统,利用 DASP 大容量数据采集处理分析平台软件和模态分析软件进行分析。对于大跨径斜拉桥,由于结构的纵飘自振频率很低,常低于 0.17 Hz,故须用超低频适振器,低频适振器也可以测试 0.17 Hz 以上的振型。

为便于和计算值进行比较,本文对三座大桥进行了有限元计算和现场测试。

齐河黄河公路大桥主桥全长 840 m,桥跨布置为 40 m+175 m+410 m+175 m+40 m,桥面宽 38.0 m,见图 4。主桥桥型为双塔双索面钢混组合梁斜拉桥,桥塔高 138.0 m,采用门式框架结构,单箱单室空心箱型截面。索塔两侧双索面扇形布置 16 对斜拉索。钢主梁边钢箱梁宽 2.8 m,高 3.0~3.056 m,顶板厚度为 25 mm,底板厚度为 35~45 mm,腹板厚 30 mm。桥梁设计汽车荷载为公路 -I 级。齐河黄河大桥实测一阶纵漂频率为 0.134 Hz。



图 4 大桥立面布置图

除了对前述黄河大桥进行了振动频率测试外,还对其余两座大桥进行了测试,见图 5、图 6。

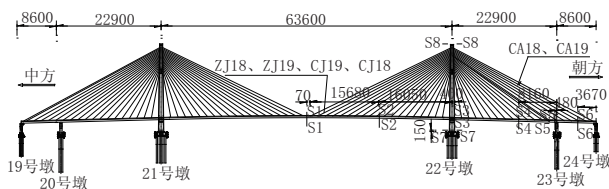


图 5 丹东鸭绿江大桥立面图(单位:mm)

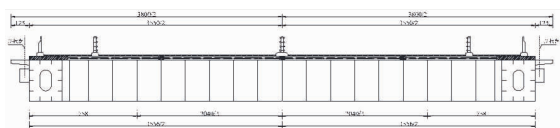


图 6 主梁标准断面图(单位:mm)

丹东鸭绿江大桥主桥为主跨 636 m 的双塔双索面钢箱梁斜拉桥,其跨径布置为 86 m+229 m+636 m+229 m+86 m,结构体系为五跨连续半漂浮体系,边跨设置辅助墩。主梁为流线型扁平钢箱梁,钢箱梁全宽 33.5 m。索塔区梁段数量 5 个,斜拉索 1 对。索塔采用“H”型,索塔总高度 194.6 m。

索塔截面为箱形变截面,塔底截面尺寸为 10 m×7 m,塔顶截面为 7 m×5 m,塔壁厚度横桥向均为 1 m。索塔设置两道横梁,下横梁离塔座 18.9 m,上横梁离塔座 129.3 m。斜拉索在梁端采用钢锚梁锚固结构。实测一阶纵漂频率为 0.103 Hz。

蓟运河大桥为独塔斜拉桥,跨径布置为 2×118 m,采用空间扭转索面扇型稀索布置,钢箱梁采用扁平式钢箱梁结构。主桥结构采用半漂浮结构体系,主塔与主墩固结,钢箱梁在与主塔相交处挖孔,主塔穿过钢箱梁,主墩上放置两个双向滑动支座。桥塔全高 91.5 m,主墩高 9.5 m,总高 101 m。主塔由钢塔和混凝土塔两部分组成。桥塔包括塔顶、钢塔、钢混结合塔、混凝土塔。桥塔全高 91.5 m,从上层桥面至塔顶的高度为 88.522 m。塔顶 11 m 为装饰性结构,塔上部 38 m 范围为布索区,此范围的桥塔为钢塔。下接 8 m 为钢混结合段主塔。墩顶至上桥塔顶 31 m 范围则为混凝土塔。全桥共设 4×13 根斜拉索。斜拉索一侧锚固在塔上,另一侧锚固在钢箱梁外侧腹板处。钢箱梁采用全钢梁结构。实测一阶纵漂频率为 0.858 Hz。

蓟运河大桥立面布置示意图 7。

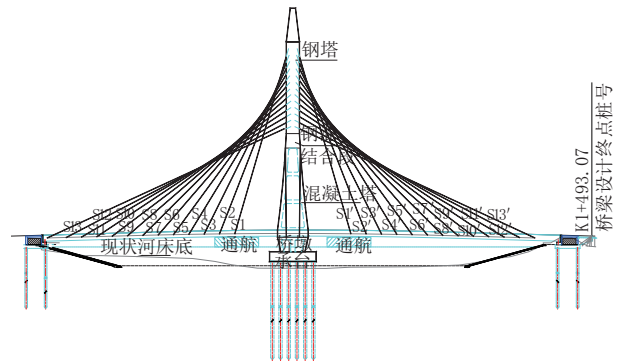


图 7 蓟运河大桥立面布置示意图

## 4 振动特性计算值与实测值对比分析

对以上三座大桥,采用有限元法,双质点法和本文的估算公式三种方法进行计算,并与现场试验的实测值进行对比,其结果列于表 1 中。

通过以上分析,发现:

(1) 双质点模型计算公式,估算公式结果很接近,基本一致。实测的频率最大,有限元计算结果介于实测值和双质点法和估算公式计算结果之间。有限元模型的自由度比双质点模型的自由度多很多,所以有限元的计算结果与测试值更接近。

(2) 采用双质点法与估算公式的误差为 6%~15.2%,双质点法与有限元法误差为 8.2%~

表1 采用双质点法、估算公式和有限元法计算的斜拉桥纵飘频率与实测值对比分析

桥名	塔高 $h_1/m$	拉索最 高处 $h_2/m$	主梁总 质量 $m_1/t$	塔的总 质量 $m_2/t$	$E/MPa$	$I/m^4$	双质点 法 $f_1$	估算 公式	有限 元值	实测值	双质点与估 算法误差	双质点法 与有限元 法误差	估算值与 有限元法 误差
齐河黄河 大桥	133.5	126.9	20 996	21 200	3 450 000	336	0.111	0.110	0.122	0.134	0.010	0.088	-0.097
丹东鸭绿 江大桥	197.1	186.1	16 108	30 000	3 450 000	814	0.101	0.085	0.093	0.103	0.152	0.082	-0.082
天津蓟运 河大桥	101.0	83.9	12 746	12 497	3 450 000	1504	0.622	0.618	0.744	0.858	0.006	0.164	-0.169

16.4%，估算值与有限元法为 8.2% ~ 16.9%，可见双质点法和估算公式在计算大跨径斜拉桥成桥阶段的一阶纵飘时不仅公式简洁、计算速度快，而且从准确度来讲也是可行的。

(3) 双质点模型把梁的重量都集中到塔上，但梁的刚度和塔的刚度不同，因此计算结果和实际情况会有差别，不可能做到完全准确，但仍然可以在方案设计阶段提供参考。

(4) 齐河黄河大桥、丹东鸭绿江大桥、天津蓟运河大桥的实测自振频率比有限元计算值大，同时也说明成桥刚度满足设计要求。

(5) 从式(10)中可以看出，桥塔和主梁的质量对桥梁的自振频率影响很大，改变主梁和桥塔的质量就可以改变桥梁的自振频率。

## 5 结 语

通过齐河黄河大桥等三座大跨径斜拉桥的有限元法、双质点法、估算公式法计算的纵飘一阶自振频率计算值和模态试验实测值进行对比，发现各种方法计算的计算值与实测值基本吻合，进一步验证了理论分析模型的准确性。桥梁专业人员可以利用估算公式对斜拉桥成桥阶段的动力特性进行迅速判断，为同类型的桥梁设计和施工监控

提供参考，为分析桥梁抗震和抗风性能提供迅速便捷的计算手段。

### 参考文献：

- [1] 张新军,姚美.大跨度部分地锚式斜拉桥抗风稳定性参数研究[J].桥梁建设,2016(3):23-28.
- [2] 雷俊卿.大跨度桥梁结构理论与应用[M].北京:北京交通大学出版社,2007.
- [3] 梁鹏,肖汝诚,徐岳.超大跨度斜拉桥施工过程力学行为[J].世界桥梁,2005(4):44-47.
- [4] 喻建云,何志辉,宋晓东.高速行车时多塔斜拉桥动力性能研究[J].铁道标准设计,2017(5):96-100.
- [5] Seed,H.B,Reese,L.C.The Action of Soft Clay A-long Friction Piles[J].Proc.ASCE,1955,81(3):81-86.
- [6] JTG/T D60-01-2004,公路桥梁抗风设计规范[S].
- [7] 项海帆,李瑞霖,杨昌众.悬浮体系斜张桥的近似抗震计算[J].结构工程师,1985(1):65-70.
- [8] 袁万城,闫东.斜拉桥纵飘频率简化计算方法[J].同济大学学报(自然科学版),2005(11):5-9.
- [9] 屈宏展,徐艳,李建中.高塔斜拉桥纵桥向高阶振型影响分析[J].上海应用技术学院学报(自然科学版),2011(4):34-40.
- [10] 俞先林,张媛媛.大跨径斜拉桥动力特性分析[J].市政技术,2008(5):21-22.
- [11] 陈铨恺.单索面矮塔斜拉桥动力特性理论分析与试验研究[J].中外公路,2014(3):161-164.
- [12] 龙驭球,包世华.结构力学[M].北京:高等教育出版社,2010.
- [13] 刘习军,贾启芬,张素侠.振动理论及工程应用[M].北京:机械工业出版社,2017.
- [14] 孙训芳,方孝淑,关来泰.材料力学[M].北京:高等教育出版社,2008.

# 《城市道桥与防洪》杂志

是您合作的伙伴，为您提供平台，携手共同发展!

欢迎新老读者订阅期刊 欢迎新老客户刊登广告

电话:021-55008118 传真:021-55008850 投稿及联系邮箱:cdq@smedi.com