

基于扁拱突变理论的路基下伏溶洞顶板稳定性分析

陈言章¹, 谢子翰²

(1.广东省建筑设计研究院有限公司, 广东 广州 510010; 2.广州市市政工程设计研究总院有限公司, 广东 广州 510060)

摘要: 根据路基下伏溶洞受荷体系的力学特性,将结构体系简化为两端固定铰支的扁拱模型;基于突变理论推导得到扁拱的能量势函数和分叉集方程,从而建立了路基下伏溶洞顶板突变模型平衡曲面;根据溶洞顶板突变失稳的条件,提出了确定路基下伏溶洞顶板的极限承载力及最小安全厚度的方法;并对溶洞顶板厚度 h 、溶洞顶板跨径 l 、溶洞顶板失高 f 、岩层的弹性模量 E 、溶洞顶板上覆荷载 q 五个影响因素进行参数分析,可得如下结论:溶洞顶板的极限承载力随着溶洞顶板厚度的增加、溶洞顶板失高的增加、岩层弹性模量的增加而增加,随着溶洞顶板跨径、溶洞顶板上覆荷载的增加而减小。

关键词: 路基;溶洞;扁拱;突变理论;稳定性

中图分类号: TU473.1

文献标志码: A

文章编号: 1009-7716(2021)07-0241-05

0 引言

在我国岩溶发育地区,无论是高速公路还是市政道路在进行设计时都无法回避路基下伏溶洞这个工程难题,当路基下伏溶洞时,会极大削弱路基的承载力,导致路基塌陷,具有很大的安全隐患^[1-2]。目前,设计人员在判断下伏溶洞稳定定时,主要是参考现行《公路桥涵地基与基础设计规范》(JTG3363—2019)^[3]以及《岩土工程勘察规范》(GB 50021—2009)^[4]。但是由于溶洞稳定性问题的复杂性,往往更多地取决于技术人员的经验性,工程上也更多的不经过计算,便保守采用充填法、强夯法等对溶洞进行处治,往往造成工程造价增加。

目前,在针对路基下伏溶洞顶板稳定性问题,学者、工程师们提出了众多理论计算模型。韩红艳等^[5]将溶洞顶板简化为梁板体系,得到溶洞顶板的跨距、厚度等参数对其稳定性的影响;赵明华等^[6]考虑荷载分布的非均布性和非对称性,基于 Boussinesq 解求得在任意荷载分布作用下的溶洞顶板稳定性;赵明华等^[7]借助复变函数,基于 Schwarz 交替法分析了岩溶区存在双孔土洞时路基的稳定性问题。以上研究均是假定岩层弹性均质,但鉴于岩层破坏存在不规则、不连续等突发特点^[8-10]。何忠明等^[11]借助尖点突变理论模拟路基在逐层填筑过程中溶洞顶板的极限平衡状态。张成良等^[12]结合以塑性应变能为准

则的尖点突变理论探究了顶板厚度、溶洞跨度、上覆土层厚度、岩石强度参数对岩溶顶板极限承载力的影响。

鉴于突变理论在分析系统状态突变的非线性上具有一定的优势^[13],本文基于扁拱突变理论,建立了两端固定铰支的受力模型;然后,根据突变失稳判定条件,给出了确定路基极限承载能力以及溶洞顶板安全厚度的方法;最后,对影响顶板稳定的进行参数分析。

1 计算模型及基本假定

由于拱结构的受力合理性,在桥梁和隧道结构中得到了广泛应用^[14]。根据大量工程实例表明,溶洞形状大多呈拱形^[15],见图1。因此,当道路路基下伏溶洞时,本文将溶洞的受力简化为如图2所示的平面应变模型,并做如下假定:

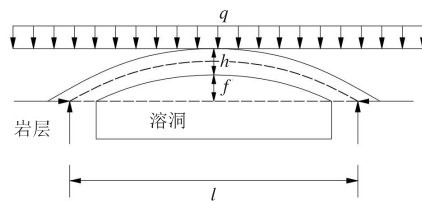


图1 路基下伏溶洞受荷体系

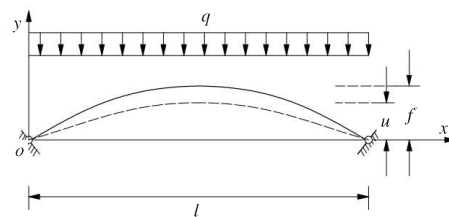


图2 简化计算模型

收稿日期: 2021-03-10

作者简介: 陈言章(1993—),男,硕士,工程师,从事道路设计及软土地基处理等研究工作。

(1)顶板支座视为两端固定铰支,溶洞受荷前拱轴满足正弦扁拱方程。

(2)溶洞顶板上覆土层自重、路基荷载、汽车荷载等效为均布荷载作用在顶板上。

图中: h 为溶洞顶板的厚度; l 为溶洞顶板的跨径; q 为作用在溶洞顶板岩层上的均布荷载; f 为受荷载前拱的矢高; u 为均布荷载作用下扁拱形变过程中拱轴中点的高度。

3 扁拱突变分析模型的建立

3.1 势函数

研究表明,图2所示的扁拱只要高跨比相同,则不论其什么形状(如抛物线形、双曲线形),其临界荷载都极为接近^[16]。因此,本文假设受荷前拱轴为正弦曲线^[17]:

$$y_0(x)=f \sin \frac{\pi}{l} x \quad (1)$$

对于两端固定铰支扁拱,受荷载后的拱轴方程可表示为:

$$y_1(x)=f(1-\varepsilon) \sin \frac{\pi}{l} x \quad (2)$$

式中:

$$\varepsilon=\frac{5ql^4}{384EIh} \quad (3)$$

拱在荷载作用下,拱端受到推力 H ,故受荷后的拱轴方程应为:

$$y(x)=\left(\frac{1-\varepsilon}{1-\beta}\right)f \sin \frac{\pi}{l} x=u \sin \frac{\pi}{l} x \quad (4)$$

式中:

$$u=\left(\frac{1-\varepsilon}{1-\beta}\right)h \quad (5)$$

$$\beta=H\left(\frac{l^2}{\pi^2 EI}\right) \quad (6)$$

式中: β 为水平推力 H 与欧拉荷载 $\frac{EI\pi^2}{l^2}$ 的比值;推力 H 可根据拱的挠度所引起跨度的改变等于推力 H 所引起拱跨度改变的条件得到,在拱端受到基础弹性约束的情况下,推力 H 与每一拱端的相对位移 $\frac{\Delta l}{2}$ 成正比,即:

$$H=k_d \frac{\Delta l}{2}=\frac{1}{\lambda_d} \frac{\Delta l}{2} \quad (7)$$

式中: k_d 、 λ_d 分别为弹性地基的刚度和柔度,当两端固定铰支约束时, $\lambda_d=0$ ^[18]。

对于扁拱,可假定沿拱轴压力为常量,且等于水平推力,则可得到:

$$2\lambda_d H=\Delta l=\int_0^l \frac{1}{2}(y_0')^2 dx-\int_0^l \frac{1}{2}(y_1')^2 dx-\lambda H \quad (8)$$

式中: $\lambda=\frac{l}{EA}$ 为扁拱的轴向柔度。

将式(1)、式(4)代入式(8)中可得水平推力为:

$$H=\frac{1}{\lambda+2\lambda_d} \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \left[h^2-h^2\left(\frac{1-\varepsilon}{1-\beta}\right)^2\right] \quad (9)$$

由于扁拱受荷后轴向变形不可忽略,故拱失稳的形状可由式(4)中的对称曲线表示。

扁拱上各点 x 相对于初始状态 $y_0=\frac{h \sin \pi x}{l}$ 的位移和位移增量:

$$y_0(x)-y(x)=(f-u) \sin \frac{\pi x}{l}=\omega \sin \frac{\pi x}{l} \quad (10)$$

$$\delta[y_0(x)-y(x)]=\delta \omega \sin \frac{\pi x}{l} \quad (11)$$

式中:

$$\omega=f-u \quad (12)$$

当扁拱有准静态位移增量时,拱内弯曲应变能增量为:

$$\delta U_b=\int_0^l M(x) \delta_k(x) dx=\int_0^l EI(y-y_0)'' \delta(y-y_0)'' dx \quad (13)$$

式中: $k(x)=(y-y_0)''$ 为扁拱轴线相对于初始状态的曲率 $M(x)=EI(y-y_0)''$ 为扁拱在 $y(x)$ 位置时拱内弯矩。

扁拱与弹性地基的应变能增量为:

$$\delta U_c=H(\lambda+2\lambda_d) \delta H \quad (14)$$

式中: $\lambda_d \delta H=\frac{\delta(\Delta l)}{2}$ 为相应扁拱有位移增量时的每一拱端的位移增量, $\lambda \delta H$ 为扁拱有位移增量 $\delta \omega$ 时拱杆的轴向长度改变量。

拱上的荷载势变化为:

$$\delta W=q \int_0^l \delta(y_0-y) dx \quad (15)$$

根据能量守恒原理可知^[15]:

$$\delta U_b+\delta U_c-\delta W=0 \quad (16)$$

联立式(9)、式(10)、式(13)、式(14)、式(15)及式(16),整理得:

$$\frac{l^2}{8(\lambda+\lambda_d)} \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \left\{-u^3+\left[1-\frac{4I}{Af^2}\left(1+\frac{2\lambda_d}{\lambda}\right)\right]f^2 u+\frac{4Ih}{A}\left(1+\frac{2\lambda_d}{\lambda}\right)\right\}-\frac{2ql}{\pi}=0 \quad (17)$$

将式(17)左右两边除以 f^3 ,再利用拱轴向柔度,可得:

$$\left(\frac{u}{f}\right)^3+\left[\frac{4I}{Af^2}\left(1+\frac{2\lambda_d}{\lambda}\right)-1\right]\left(\frac{u}{f}\right)+$$

$$\left(\frac{4ql^4}{\pi^5 E l f} - 1\right) \left(1 + \frac{2\lambda_d}{\lambda}\right) \frac{4I}{A f^2} = 0 \quad (18)$$

3.2 突变模型平衡曲面与分叉集方程

对式(18)作如下变量代换:

$$\begin{cases} t = \frac{u}{f} \\ m = \frac{4I}{A f^2} \left(1 + \frac{2\lambda_d}{\lambda}\right) - 1 \\ n = \left(\frac{4ql^4}{\pi^5 E l f} - 1\right) \left(1 + \frac{2\lambda_d}{\lambda}\right) \frac{4I}{A f^2} \end{cases} \quad (19)$$

可将式(18)化成尖点突变模型平衡曲面 M 的标准形式:

$$M: t^3 + mt + n = 0 \quad (20)$$

平衡曲面 M 见图3。在 M 上有两条垂直切线的点集 S 上,存在:

$$S: 3t^2 + m = 0 \quad (21)$$

联立式(20)、式(21)消去 t ,即可得到突变模型的分叉集方程 (S 集在控制平面上的投影为分叉集,见图3):

$$\Delta: 4m^3 + 27n^2 = 0 \quad (22)$$

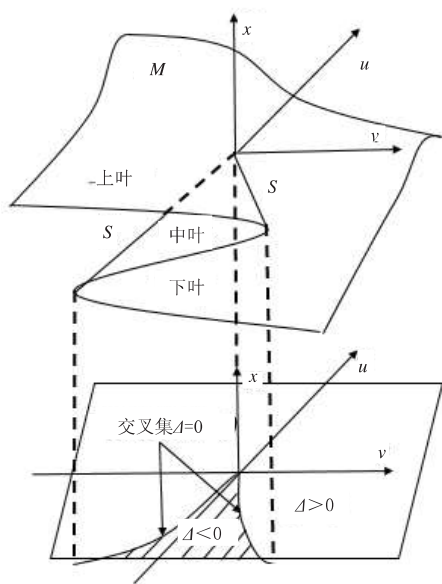


图3 突变模型平衡曲线与分叉集

因此,基于扁拱突变理论的岩溶区路基下伏溶洞顶板突变失稳与否可根据如下判据判定^[19]:

- (1)当 $\Delta > 0$,岩溶顶板处于稳定状态。
- (2)当 $\Delta < 0$,岩溶顶板突变失稳。
- (3)当 $\Delta = 0$,岩溶顶板处于临界状态。

3.3 路基极限承载力及溶洞顶板安全厚度的确定

通过上述分析,要使得溶洞顶板处于稳定状态,需满足 $\Delta \geq 0$,将式(19)代入式(22)中,并整理可得:

$$\begin{cases} 4(D-1)^3 + 27 \left(\frac{4ql^4}{\pi^5 E l f} - 1\right)^2 D^2 \geq 0 \\ D = \frac{4I}{A f^2} \left(1 + \frac{2\lambda_d}{\lambda}\right) \end{cases} \quad (23)$$

(1) 溶洞顶板安全厚度的确定

由于本文将溶洞的受力简化为平面应变模型,惯性矩 $I = \frac{1}{12} h^3$,面积 $A = h$ 。因此式(23)是关于路基下伏溶洞顶板安全厚度 h 的方程,可借助数值分析方法求解得到。

(2) 路基极限承载力的确定

根据式(23)可得,岩溶区路基极限承载力为:

$$q \leq \frac{\pi^5 E f h^3}{48 l^4} \left[1 + \sqrt{\frac{9(1-h^2/f^2)^3}{8(h^2/f^2)^2}} \right] \quad (24)$$

3.4 影响因素分析

根据以上分析可知,与顶板突变失稳有关的参数主要有:(1)溶洞顶板厚度 h ; (2)溶洞顶板跨径 l ; (3)溶洞顶板失高 f ; (4)岩层的弹性模量 E ; (5)溶洞顶板上覆荷载 q 。因此本文将针对以上四个参数对溶洞顶板的稳定性进行影响分析。

为了更加直观探究各参数对顶板稳定性的影响,引入无量纲参量 k ,将式(24)化简为:

$$k = \frac{\pi^5 E f h^3}{48 q l^4} \left[1 + \sqrt{\frac{9(1-h^2/f^2)^3}{8(h^2/f^2)^2}} \right] \geq 1 \quad (25)$$

当 k 不小于 1 时,表明溶洞顶板处于稳定状态,反之则易发生失稳。

3.4.1 溶洞顶板厚度的影响分析

为探究溶洞顶板厚度对其稳定性的影响,令 $q = 100 \text{ MPa}$, $E = 19 \text{ GPa}$, $f = 4 \text{ m}$, l 为 12 m、15 m、18 m,并使溶洞顶板厚度 h 分别为 0.5 m、1.0 m、2.0 m、3.0 m、4.0 m 时,代入式(25)可得,溶洞顶板厚度 h 对 k 的影响,见图4。

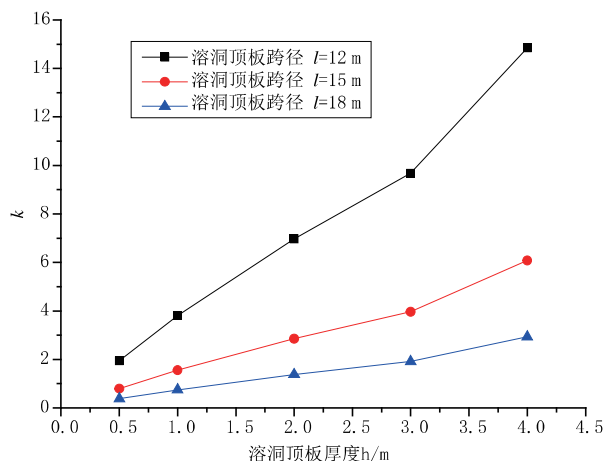


图4 溶洞顶板厚度影响分析

通过图4可知,随着溶洞顶板厚度的减小,无量纲参量 k 随之减小,当溶洞顶板厚度达到某一临界厚度时, k 将由大于1的值变化到小于1的值,此时顶板也将发生失稳。如当溶洞顶板跨径为15 m时,此时溶洞顶板的失稳的临界厚度约为0.63 m。

3.4.2 溶洞顶板跨径的影响分析

为探究溶洞顶板跨径对其稳定性的影响,令 $q=100$ MPa, $E=19$ GPa, $f=4$ m, h 为0.5 m、1.0 m、2.0 m,并使溶洞顶板跨度 l 分别为6 m、9 m、12 m、15 m、18 m时,代入式(25)可得,溶洞顶板跨度 l 对 k 的影响,见图5。

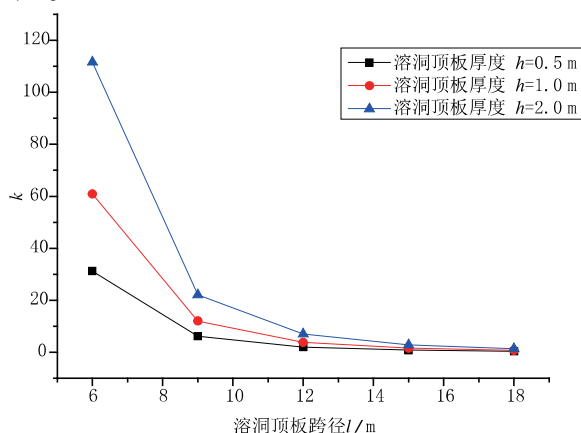


图5 溶洞顶板跨径影响分析

通过图5可知,随着溶洞顶板跨径的增大,无量纲参量 k 随之减小,当溶洞顶板跨径达到某一临界跨度时, k 将由大于1的值变化到小于1的值,此时顶板也将发生失稳。如当溶洞顶板厚度为1.0 m时,此时溶洞顶板的失稳的临界跨径约为17.1 m。

3.4.3 溶洞顶板失高的影响分析

为探究溶洞顶板失高对其稳定性的影响,令 $q=100$ MPa, $E=19$ GPa, $l=15$ m, h 为0.5 m、1.0 m、2.0 m,并使溶洞顶板失高 f 分别为2 m、3 m、4 m、5 m、6 m时,代入式(25)可得,溶洞顶板失高 f 对 k 的影响,见图6。

通过图6可知,随着溶洞顶板失高的增大,无量纲参量 k 随之增加。说明当溶洞顶板跨径一定时,随着溶洞失高与跨径比值的增加,溶洞顶板的拱效应越强,溶洞顶板的极限承载力也越高。

3.4.4 岩层的弹性模量的影响分析

为探究岩层弹性模量对溶洞顶板稳定性的影响,令 $q=100$ MPa, $l=15$ m, $f=4$ m, h 为0.5 m、1.0 m、2.0 m,并使岩层的弹性模量 E 分别为17 GPa、19 GPa、21 GPa、23 GPa、25 GPa时,代入式(25)可得,岩层弹性模量 E 对 k 的影响,见图7。

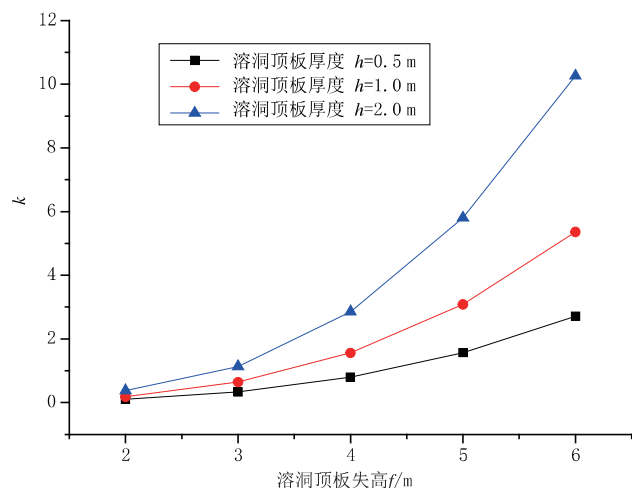


图6 溶洞顶板失高影响分析

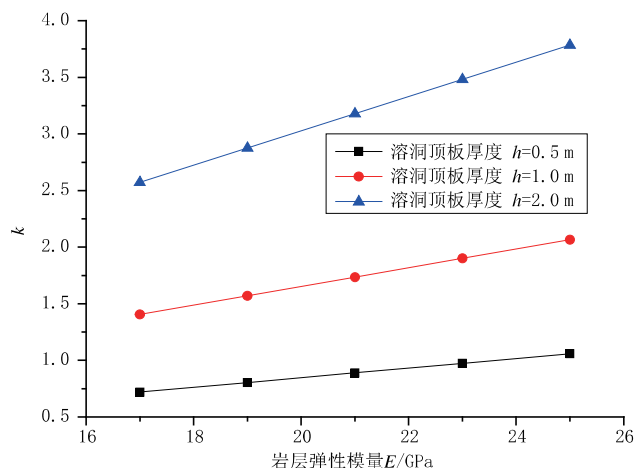


图7 岩层弹性模量影响分析

通过图7可知,随着岩层弹性模量的增加,无量纲参量 k 呈线性递增,说明溶洞顶板的极限承载力与岩层弹性模量正相关。

3.4.5 溶洞顶板上覆荷载的影响分析

为探究溶洞顶板上覆荷载对其稳定性的影响,令 $E=19$ GPa, $l=15$ m, $f=4$ m, h 为0.5 m、1.0 m、2.0 m,并使溶洞顶板上覆荷载 q 分别为50 MPa、100 MPa、150 MPa、200 MPa、250 MPa时,代入式(25)可得,溶洞顶板上覆荷载 q 对 k 的影响,见图8。

通过图8可知,随着溶洞顶板上覆荷载的增加,无量纲参量 k 呈非线性递增,说明溶洞顶板的极限承载力与溶洞顶板上覆荷载负相关。

4 结论

(1)根据路基下伏溶洞受荷体系的力学特性,将结构体系简化为两端固定铰支的扁拱模型,其受力特点更加符合工程实际。

(2)基于扁拱突变理论推导出路基下伏溶洞顶板的极限承载力及最小安全厚度,该方法可综合分析

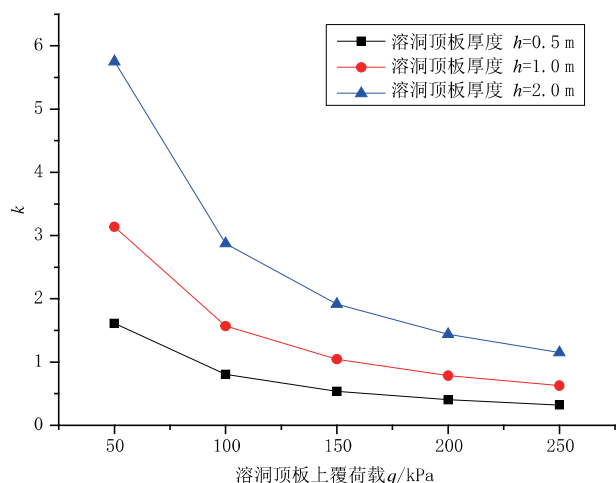


图8 溶洞顶板上覆荷载影响分析

溶洞自身各参数及其上覆荷载对顶板稳定性的影响。

(3)溶洞顶板的极限承载力随着溶洞顶板厚度 h 的增加,溶洞顶板失高 f 的增加、岩层弹性模量 E 的增加而增加,随着溶洞顶板跨径 l 、溶洞顶板上覆荷载 q 的增加而减小。

参考文献:

- [1] 赵明华,袁腾方,张永杰,等.考虑溶洞空间形态的路基岩溶顶板稳定性分析方法[J].中国公路学报,2019,32(11):109-117.
- [2] Kiyosumi M, Kusakabe O, Ohuchi M. Model tests and analysis of bearing capacity of strip footing on stiff ground with voids[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2011, 137(4): 363-375.
- [3] JTG 3363—2019,公路桥涵地基与基础设计规范[S].
- [4] GB 50021—2001,岩土工程勘察规范[S].
- [5] 韩红艳,吴燕舞,黑亮,等.岩溶路基溶洞顶板稳定性分析[J].工程地质学报,2012,20(6):1078-1082.
- [6] 赵明华,陈言章,肖尧,等.非均布路荷载下溶洞顶板稳定性分析[J].水文地质工程地质,2018,45(2):36-43,58.
- [7] 赵明华,袁腾方,陈言章,等.基于 Schwarz 交替法的岩溶区双孔土洞地基稳定性分析[J].水利水电科技进展,2018,38(6):49-55.
- [8] 赵延林,吴启红,王卫军,等.基于突变理论的采空区重叠顶板稳定性强度折减法及应用[J].岩石力学与工程学报,2010,29(7):1424-1434.
- [9] 曹文贵,程晔,赵明华.公路路基岩溶顶板安全厚度确定的数值流方法研究[J].岩土工程学报,2005,27(6):621-625.
- [10] 潘岳,耿厚才.“折断式”顶板大面积冒落的尖点突变模型[J].有色金属,1989,41(4):19-26.
- [11] 何忠明,刘森峙,胡庆国,等.基于尖点突变理论的路基填筑下伏溶洞顶板稳定性研究[J].中南大学学报(自然科学版),2016,47(7):2456-2462.
- [12] 张成良,刘维正,曾奕珩.基于尖点突变理论的路基下伏溶洞顶板稳定性分析[J].公路交通科技,2019,36(11):24-32.
- [13] 赵明华,蒋冲,曹文贵.岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度的研究[J].岩土工程学报,2007,29(11):1618-1622.
- [14] 李廉钺.结构力学[M].北京:高等教育出版社,2009.
- [15] 宋宏伟,杜晓丽.岩土空洞周围的压力拱及其特性[M].北京:煤炭工业出版社,2012.
- [16] 黎邵敏.稳定理论[M].北京:人民交通出版社,1989.
- [17] 潘岳,张天侠.扁拱跳跃屈曲的突变模型[J].应用力学学报,1999(4):144-148,175.
- [18] 潘岳,王志强,张勇.突变理论在岩体系统动力失稳中的应用[M].北京:科学出版社,2008.
- [19] 徐恒,王贻明,吴爱祥,等.基于尖点突变理论的充填体采空区安全顶板厚度计算模型[J].岩石力学与工程学报,2017,36(3):579-586.

《城市道桥与防洪》杂志

是您合作的伙伴,为您提供平台,携手共同发展!

欢迎新老读者订阅期刊 欢迎新老客户刊登广告

投稿网站: <http://www.csdqyfh.com> 电话: 021-55008850 联系邮箱: cdq@smedi.com