DOI:10.16799/j.cnki.csdqyfh.2023.04.037

波纹钢板截面几何性质精确计算

李东潇[1],张延坤[2],孙海波[1]
(1.山东省交通规划设计院集团有限公司,山东 济南 250101; 2.滨州市城镇化服务中心,山东 滨州 256600)

摘 要: 为快捷、精确地计算波纹钢板截面几何性质,通过各截面几何性质的定义推导得出单位长度波纹钢板截面面积、惯性矩、截面模量、回转半径的精确计算公式,并将其编写为“波纹钢板截面几何性质计算器”程序。以两种波形为计算实例,将编写程序的计算结果与现有文献和 CAD 软件计算结果对比,结果表明:计算结果与 CAD 软件计算结果完全吻合,而现有文献中的计算结果均存在误差,为近似值。可见,推导的计算公式及编写的“波纹钢板截面几何性质计算器”程序可精确计算波纹钢板截面几何性质。

关键词: 波纹钢板;截面几何性质;截面几何性质计算器;精确计算
中图分类号: O312.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1009-7716(2023)04-0138-04

0 引 言

波纹钢板是由平钢板轧制形成具有一定波纹的板件[1-2],其通过连接、拼装形成波纹钢结构。如今,波纹钢结构在桥涵、市政排水、综合管廊等领域均已展开应用,并取得良好效果[3]。但国内波纹钢结构相关标准较少,主要借鉴美国、加拿大等国家标准。经对比,国内各相关书籍所提供的波纹钢板截面几何性质数值不统一,主要原因为公式简化、单位转换、各项参数四舍五入。波纹钢板截面几何性质对波纹钢板拉、压、弯、扭计算均至关重要,为快捷、精确计算,推导波纹钢板截面几何性质精确计算公式是有必要的。

张敏等在文献[4],李百建在文献[5]中均对波纹钢板截面几何性质进行推导,但惯性矩公式采用了近似计算,仅适用于薄壁板件,计算结果与实际值存在误差,误差随板厚增加而增大。本文严格按照截面几何性质定义[6],对波纹钢板惯性矩进行推导,得出精确计算公式,并将其编写为程序,提供了一种快捷、精确的波纹钢板截面几何性质计算方法,为波纹钢板结构的研究、推广、应用提供精确基础数据。

1 波纹钢板基本尺寸参数

波纹钢板件波形由圆弧及其切线组成,基本尺寸参数[7-9]包括波距 l、波高 d、波峰波谷半径 r、壁厚 t,波形如图 1 所示。

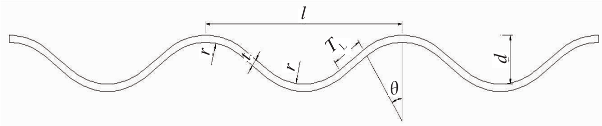

图 1 波纹钢板波形

针对一个完整波形,如图 2 所示,其由阴影填充圆弧段和实心填充直线段组成。

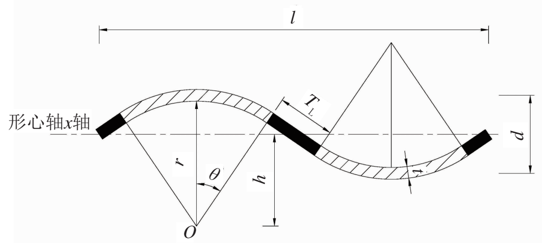

图 2 一个完整波形

2 截面几何性质精确计算公式推导

文章引入两个辅助参数,切线长度 T_L 和切线角 θ,二者可由基本尺寸参数推导得出。借助两个辅助参数,可计算不同壁厚波纹钢板截面几何性质,包括截面面积 A、惯性矩 I、截面模量 S、回转半径 i。其精确计算公式推导过程如下。

2.1 辅助参数推导

2.1.1 切线长度 T_L

由图 3 可知,

切线长度 $T_L=|OK|=\sqrt{|OO'|^2-|O'K|^2}$。

代入具体参数得,

$$T_L=\sqrt{D^2-(2r+t)^2} \tag{1}$$

其中,D 为圆心距$|OO'|$,$D=\sqrt{(\frac{1}{2})^2+(2r+t-d)^2}$。

2.1.2 切线角 θ

由图 3 可知,

收稿日期:2022-05-03
作者简介:李东潇(1987—),男,硕士,高级工程师,从事市政工程、桥梁工程设计。

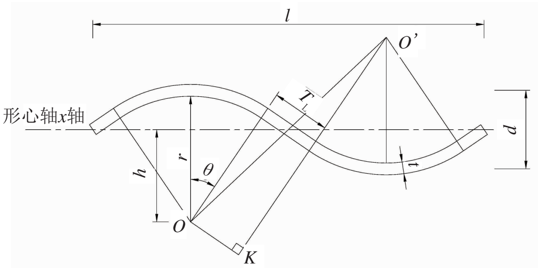

图 3　辅助参数计算图示

$$\theta=\arcsin(\frac{1}{2D})-\arccos(\frac{t+2r}{D}) \qquad (2)$$

式中：θ 为切线角；l 为波纹钢板的波距；t 为波纹钢板的壁厚；r 为波纹钢板波峰波谷的半径；D 为波纹钢板相邻波峰波谷圆心间的圆心距。

2.2　截面几何性质推导

2.2.1　截面面积

一个波长截面面积可视为截面中线长度与壁厚乘积，则单位长度截面面积 A 计算如下式，

$$A=\frac{\left[4\theta(r+\frac{t}{2})+2T_{\mathrm{L}}\right]}{l} \qquad (3)$$

式中：A 为单位长度截面面积；θ 为切线角；t 为波纹钢板的壁厚；r 为波纹钢板的波峰或波谷的半径 r；T_{L} 为波纹钢板相邻波峰波谷间切线长度。

2.2.2　截面惯性矩

由图 4 可知，对形心轴 x 轴，圆弧段 ABCFED 截面惯性矩为图形 DEFNM 与图形 ABCNM 惯性矩之差。后文提及惯性矩若无特殊说明，均指对形心轴 x 轴。

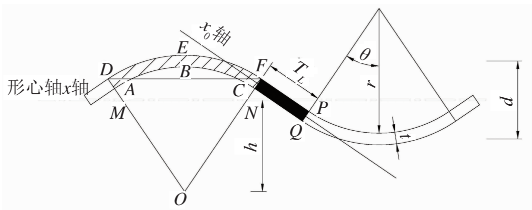

图 4　截面惯性矩计算图示

一个波长范围，令直线段图形 FPQC、图形 DEFNM、图形 ABCNM 对形心轴轴惯性矩分别为 I_1、I_2、I_3，则单位长度截面惯性矩 I_x 计算如下式，

$$I_x=\frac{2[I_1+(I_2-I_3)]}{l} \qquad (4)$$

式中：I_1 为直线段图形 FPQC 对形心轴 x 轴的惯性矩；I_2 为图形 DEFNM 对形心轴 x 轴的惯性矩；I_3 为图形 ABCNM 对形心轴 x 轴的惯性矩。

（1）I_1 计算式推导。

设平行于直线段并过其形心直线为 x_0 轴，如图 4 所示，则有，

$$\begin{cases}x=x_0\cos\theta+y_0\sin\theta\\ y=x_0\sin\theta+y_0\cos\theta\end{cases}$$

由惯性矩表达式 $I_1=\int y^2dA$ 得[4、6]，

$$I_1=\int y^2dA=\int(y_0^2\cos^2\theta-2x_0y_0\sin\theta\cos\theta+x_0^2\sin^2\theta)dA$$

整理得，

$$I_1=\frac{I_{x_0}+I_{y_0}}{2}+\frac{I_{x_0}-I_{y_0}}{2}\cos 2\theta-I_{x_0y_0}\sin 2\theta$$

式中：I_{x_0}，I_{y_0} 分别为直线段图形 FPQC 对 x_0 轴、y_0 轴惯性矩，$I_{x_0y_0}$ 为直线段图形 FPQC 对 x_0 轴、y_0 轴惯性积，其计算式分别为，

$$I_{x_0}=\frac{1}{12}\times T_{\mathrm{L}}\times t^3,\ I_{y_0}=\frac{1}{12}\times t\times(T_{\mathrm{L}})^3,\ I_{x_0y_0}=0$$

故，

$$I_1=\frac{T_{\mathrm{L}}\times t^3+t\times(T_{\mathrm{L}})^3}{24}+\frac{T_{\mathrm{L}}\times t^3-t\times(T_{\mathrm{L}})^3}{24}\cos 2\theta$$

（2）I_2 及 I_3 计算式推导

由图 4 可知，圆弧段圆心 O 至形心轴轴 x 距离 $h=r+\frac{t}{2}-\frac{d}{2}$，外侧圆弧 DEF 半径 $R=r+t$。图形 DEFNM 由梯形 DFNM 和弓形 DEF 组成，令梯形 DFNM 惯性矩为 I_{21}，弓形 DEF 惯性矩为 I_{22}，则 $I_2=I_{21}+I_{22}$。分别计算 I_{21} 和 I_{22} 如下，

$$I_{21}=\int_0^{R\cos\theta-h}y^2\cdot(y+h)\tan\theta\,dy$$

$$\frac{1}{6}(R\cos\theta-h)^3(3R\cos\theta+h)\tan\theta;$$

$$I_{22}=\int_{R\cos\theta-h}^{R-h}y^2\cdot 2\sqrt{R^2-(y+h)^2}\,dy$$

$$=2R^2\left[\frac{R^2(\theta-\frac{\sin 4\theta}{4})}{8}-\frac{2hR(\sin\theta)^3}{3}+\frac{h^2(\theta-\frac{\sin 2\theta}{2})}{2}\right]。$$

故，

$$I_2=I_{21}+I_{22}=\frac{(R\cos\theta-h)^3(3R\cos\theta+h)\tan\theta}{6}+$$

$$2R^2\left[\frac{R^2(\theta-\frac{\sin 4\theta}{4})}{8}-\frac{2hR(\sin\theta)^3}{3}+\frac{h^2(\theta-\frac{\sin 2\theta}{2})}{2}\right]。$$

同理可得，

$$I_3=\frac{(r\cos\theta-h)^3(3r\cos\theta+h)\tan\theta}{6}+$$

$$2r^2\left[\frac{r^2(\theta-\frac{\sin 4\theta}{4})}{8}-\frac{2hr(\sin\theta)^3}{3}+\frac{h^2(\theta-\frac{\sin 2\theta}{2})}{2}\right]。$$

分别将 I_1、I_2、I_3 代入（4）式即可求得单位长度截面惯性矩 I_x。

2.2.3　截面模量

抗弯截面模量为截面对其中性轴的惯性矩与中性轴至截面最外缘距离之比值，即单位长度截面模量 S_x 为，

$$S_x = \frac{I_x}{(d+t)/2} \tag{5}$$

式中:S_x 为单位长度截面模量;I_x 为单位长度截面惯性矩;d 为波纹钢板的波高;t 为波纹钢板的壁厚。

2.2.4 回转半径

截面回转半径为惯性矩与面积之比值的平方根,即截面回转半径 i_x 为[6],

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \tag{6}$$

式中:i_x 为截面回转半径;I_x 为单位长度截面惯性矩;A 为波纹钢板单位长度截面面积。

3 算例分析

3.1 算例

以常用波纹钢板波形为例，选取以下两种波形对比分析。

(1)算例 1,波长 × 波高为 125 mm × 25 mm,波峰、波谷半径为 40 mm,壁厚为 3.5 mm 的波纹钢板。

(2)算例 2,波长 × 波高为 400 mm × 150 mm,波峰、波谷半径为 81 mm,壁厚为 6 mm 的波纹钢板。

3.2 计算结果对比分析

将本文推导的波纹钢板截面几何性质精确计算公式编写为计算程序。通过程序计算算例 1 和算例 2 两种波纹钢板波形截面几何性质，计算结果分别如图 5 和图 6 所示;另将文献[4]和文献[5]公式计算结果、CAD 面域查询结果及文献[10]中的数值分别列于表 1 和表 2。

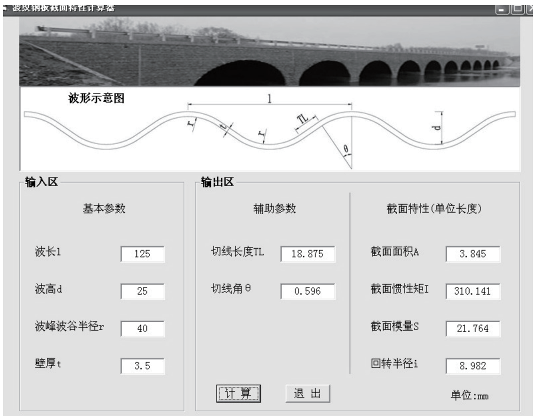

图 5 算例 1 本文程序计算结果

由表 1、表 2 得出,本文方法计算的波纹钢板截面几何性质与 CAD 软件计算结果完全吻合,确定本文计算方法可精确计算波纹钢板的截面几何性质。算例 1 和算例 2 参考文献计算结果，截面面积与本文计算结果一致,而惯性矩相差 1.2% 和 0.2%,截面模量相差 1.2% 和 0.2%，回转半径相差 0.7% 和

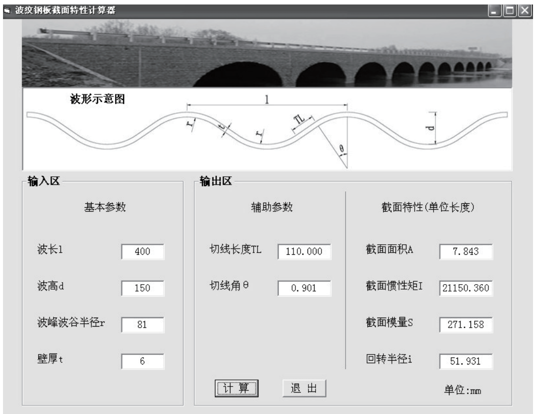

图 6 算例 2 本文程序计算结果

表 1 算例 1 不同方法的计算结果对比

截面几何性质	本文公式	文献[4]、[5]公式	CAD 软件	文献[10]
面积 / ($mm^2 \cdot mm^{-1}$)	3.845	3.845	3.845	3.711
惯性矩 / ($mm^4 \cdot mm^{-1}$)	310.141	306.301	310.141	322.74
截面模量 / ($mm^3 \cdot mm^{-1}$)	21.764	21.495	21.764	21.99
回转半径 / ($mm \cdot mm^{-1}$)	8.982	8.926	8.982	9.326

表 2 算例 2 不同方法的计算结果对比

截面几何性质	本文公式	文献[4]、[5]公式	CAD 软件	文献[10]
面积 / ($mm^2 \cdot mm^{-1}$)	7.843	7.843	7.843	8.260
惯性矩 / ($mm^4 \cdot mm^{-1}$)	21 150.36	21 121.427	21 150.36	23 154
截面模量 / ($mm^3 \cdot mm^{-1}$)	271.158	270.788	271.158	283.71
回转半径 / ($mm \cdot mm^{-1}$)	51.931	51.896	51.931	52.95

0.1%。算例 1 和算例 2 加拿大规范数值,截面面积与本文计算结果相差 3.5%和 5.3%，惯性矩相差 4.1%和 9.5%,截面模量相差 1.1%和 4.6%,回转半径相差 3.8%和 2.0%。

通过算例 1 和算例 2 计算结果对比，本文所推导计算公式可精确计算波纹钢板截面几何性质;参考文献推导截面惯性矩过程进行了简化，导致截面模量和回转半径计算值均为近似值；加拿大规范中的数值由于近似简化计算、单位转换及中间值四舍五入等产生误差。由以上对比分析可知，参考文献[4]、[5]公式计算结果和文献[10]数值均在误差,结果仅为近似;CAD 软件可通过绘制波形,将波形转化为面域进行查询精确的结果,但过程繁琐。随着时代发展,高效的精细化设计越来越受重视,且关于波纹钢结构的研究与应用越来越多,本文快捷的计算方法、

精确的计算结果可高效地指导精细化设计。

4 结 语

（1）本文引入辅助参数切线长度 T_L 和切线角 θ，两个参数计算式可根据波纹钢板波形基本尺寸结合解析几何推导得出。

（2）波纹钢板截面几何性质截面面积，为波形截面中线长度与板厚乘积，中线长度可通过辅助参数切线长度和切线角计算。

（3）波纹钢板截面几何性质惯性矩，可将一个波长范围波形分解为圆弧段和直线段，严格按照惯性矩定义对圆弧段和直线段惯性矩公式进行推导，两者加和与波长之比值即为单位长度惯性矩精确计算公式。

（4）波纹钢板截面几何性质截面模量和回转半径，按定义可知均与惯性矩相关，其精确计算公式均可由惯性矩推导得出。

（5）将本文所推导波纹钢板截面几何性质精确计算公式编写为计算程序"波纹钢板截面几何性质计算器"。通过两个算例与现有方法计算结果对比可知，利用本文编写的程序计算波纹钢板截面几何性质是可靠的，本文所推导的波纹钢板截面几何性质计算公式是精确的。

（6）本文通过推导波纹钢板截面几何性质精确计算公式并编写程序，使该项计算快捷、精确，为波纹钢板的受力分析提供精确基础数据，为波纹钢结构研究及应用提供有力支撑。

参考文献：

[1] 刘保东，李鹏，高锰，等.大跨径覆土波纹钢圆管涵稳定性分析[J].北京交通大学学报，2016，40（6）：14–18.

[2] DB15/T 654–2013，公路波纹钢管（板）桥涵设计与施工规范[S].

[3] 孙海波，刘鹏飞，刘保东，等.不同断面线形波纹钢管涵结构力学性能研究[J].公路交通科技，2015，32（10）：75–81.

[4] 张敏，李百建.波纹钢板截面几何性质计算[J].科学技术与工程，2012，12（10）：2400–2403.

[5] 李百建.波形钢板结构荷载作用下轴力与弯矩计算[D].广州：华南理工大学，2012.

[6] 宋子康，蔡文安.材料力学[M].上海：同济大学出版社，2006:543–556.

[7] 孙海波，等.波纹钢管涵设计与施工指南[M].北京：人民交通出版社，2016.

[8] JT/T 791—2010，公路涵洞通道用波纹钢管（板）[S].

[9] 李祝龙.公路钢波纹管涵洞设计与施工技术[M].北京：人民交通出版社，2007.

[10] Handbook of Steel Drainage & Highway Construction Products（2nd ed）[M].Ontario:Corrugated Steel Pipe Institute，2007.

（上接第137页）

[4] 康清义.矮塔斜拉桥主墩墩柱模板设计与施工技术分析[J].工程技术研究，2021，6（10）：100–101.

[5] 王兵.多曲面混凝土桥塔钢模板设计方法探究[J].城市道桥与防洪，2021（5）：119–122，17.

[6] 许必强，汪焱卫，吴文奎，等.空间多曲面清水混凝土全木模板施工工艺研究[J].施工技术，2017，46（14）：54–57，78.

[7] 钱军，郭正兴，刘如兵.曲面模板放样设计研究[J].施工技术，2015，44（17）：64–66，90.

[8] 韩阳，吕小龙，齐玉顺，等.可调弧度模板在多曲面钢筋混凝土拱体结构施工中的应用[J].施工技术，2019，48（8）：31–35.