

DOI:10.16799/j.cnki.esdqyfh.2023.06.019

大跨度拱桥变截面吊杆索力的分析与识别

彭玮¹, 闵劲峰², 杨允表³, 董书鸣³, 宋纲武³

(1.上海城投航道建设有限公司,上海市 200441; 2.上海城建市政工程(集团)有限公司,上海市 200065;
3.上海科路土木工程咨询有限公司,上海市 200433)

摘要:上海亭枫公路跨平申线航道的三跨30 m+120 m+30 m连续钢桁架拱桥采用变截面吊杆,其施工过程中索力的准确识别具有一定的技术难度,需要有效的理论分析结合实际工程经验来解决。利用等截面吊杆索力的计算公式,结合SAP2000变截面吊杆有限元模型的参数分析结果,推导出不同规格的吊杆基准等效长度。根据吊杆基准等效长度和实测频率,采用一端固定、一端铰接的索力计算公式计算索力,并与相应阶段的设计索力进行比较,可以得到主桥吊杆索力基本符合设计要求。

关键词:大跨度拱桥;变截面吊杆;索力计算公式;SAP2000有限元模拟;吊杆基准等效长度

中图分类号: U448.22

文献标志码: B

文章编号: 1009-7716(2023)06-0066-04

0 引言

亭枫公路主线跨平申线主桥为30 m+120 m+30 m连续钢桁架拱桥,按斜桥正做,分幅布置,主桥宽2×18.35 m,布置双向六车道和两侧非机动车道。主桥吊杆顺桥向间距8 m,每个吊点为单吊杆。每幅桥共2×13根吊杆;原设计中间吊杆采用15股Φ^{15.2}环氧钢绞线,端吊杆采用19股Φ^{15.2}环氧钢绞线。根据2018年4月的施工图设计变更,南幅桥北侧中间吊杆的规格由Φ¹⁵⁻¹⁵调整为Φ¹⁵⁻¹⁷。并且,结合弦杆调整,将吊杆由拱端张拉调整为梁端叉耳上张拉。吊杆构造示意图如图1所示。由于吊杆张拉施工的需要,张拉端设置了一定长度的连接螺杆和调节套筒,在施工时借助千斤顶将连接螺杆旋入套筒完成张拉。

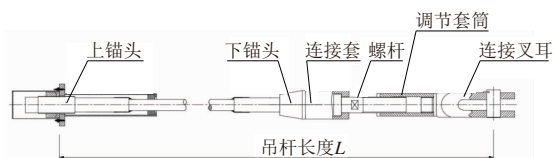


图1 主桥吊杆构造示意图

对于一般常规的柔性索吊杆,其两端均锚固在锚箱中,其吊杆长度范围内可以认为等截面的,只是两端的约束条件根据吊杆长度的不同而有所变化,吊杆力可以采用索力振动测试方法(频率法)进行识别,索力计算公式可以参考行业推荐标准《公路桥

梁荷载试验规程》(JTG/T 21-01—2015)^[1]与其他文献^[2-3]等,得到的索力精确度相对较高,能够满足设计与施工的要求。

亭枫公路主桥吊杆下锚固端采用叉耳式构造,下锚固端的长度约为1.9 m,由具有不同截面尺寸的下叉耳、调节套筒、螺杆、连接套与下锚头组成。吊杆长度范围内不能采用均匀截面的假定,而且由于下锚固结构的面积与抗弯刚度较柔性索的大得多,等截面柔性索的假定对吊杆索力的识别会带来比较大的误差。所以,在实际索力的测试与识别中,普通的频率法计算公式得到的索力值与实际的索力值之间的误差相对较大,很难得到相对准确的成桥索力。

为了解决以上问题,必须采用有效的理论分析结合实际工程经验,确保识别得到相对准确的吊杆索力,以满足设计与施工的要求。

1 等截面吊杆索力的解析解

目前,对于等截面柔性吊杆索力的常用测试方法采用频率法,在施工过程也可以采用其他方法,如千斤顶油压读数法、压力传感器测量法与磁通量法,但是在成桥后吊杆索力的测试主要采用频率法。频率法索力测试的理论基础是弦振动理论,计算简图如图2所示。

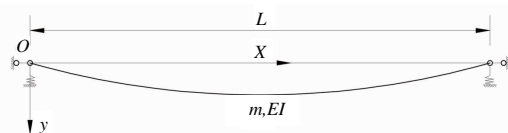


图2 吊杆索动力分析模型

收稿日期: 2022-08-12

作者简介: 彭玮(1979—),男,本科,高级工程师,从事工程项目施工及技术管理工作。

考虑抗弯刚度吊杆索的基本运动方程为:

$$EI \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

式中: EI 为抗弯刚度; T 为索力, 设为常数; m 为吊杆索线密度; $v(x,t)$ 为吊杆索上各点在 t 时刻的 y 方向横向位移。

假定振型函数 $v(x,t)$ 为:

$$v(x,t) = y(x) \cos(\omega t + \theta) \quad (2)$$

式中: ω 为圆频率; θ 为相位角。

结构的总动能 T_0 为:

$$T_0 = \frac{1}{2} \int_0^L m \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 dx \quad (3)$$

结构的总势能 V_0 为:

$$V_0 = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L T \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx \quad (4)$$

根据能量守恒原理, 经过整理可以得到:

$$\omega^2 = \frac{EI \int_0^L [y''(x)]^2 dx + T \int_0^L [y'(x)]^2 dx}{m \int_0^L [y'(x)]^2 dx} \quad (5)$$

假定均布荷载 $q = mg$ 作用下, 不同边界条件下吊杆索的挠曲函数:

(1) 两端铰接^[2]:

$$y(x) = \frac{qL^4}{24EI} \left(-\frac{x^4}{L^4} + 2\frac{x^3}{L^3} - \frac{x}{L} \right) \quad (6)$$

(2) 两端固定^[3]:

$$y(x) = \frac{qL^4}{24EI} \left(-\frac{x^4}{L^4} + 2\frac{x^3}{L^3} - \frac{x^2}{L^2} \right) \quad (7)$$

(3) 一端铰接、一端固定:

$$y(x) = \frac{qL^4}{24EI} \left(-\frac{x^4}{L^4} + \frac{3}{2}\frac{x^3}{L^3} - \frac{1}{2}\frac{x}{L} \right) \quad (8)$$

式(6)~式(8)作为不同边界条件下吊杆索的一阶振动函数, 同时考虑到一阶圆频率 ω_1 与一阶频率 f_1 的关系:

$$\omega_1 = 2\pi f_1 \quad (9)$$

根据式(5)~式(9), 经整理可以得到不同边界条件下吊杆索力的计算公式:

(1) 两端铰接^[2]:

$$T = \frac{62\pi^2}{153} mL^2 f_1^2 - \frac{504}{51} \frac{EI}{L^2} \quad (10)$$

(2) 两端固定^[3]:

$$T = \frac{\pi^2}{3} mL^2 f_1^2 - 42 \frac{EI}{L^2} \quad (11)$$

(3) 一端铰接、一端固定:

$$T = \frac{19\pi^2}{54} mL^2 f_1^2 - 21 \frac{EI}{L^2} \quad (12)$$

式(10)~式(12)的索力计算公式中, 第一项为频率项, 第二项为抗弯刚度项。当假定吊杆索为柔性索, 其抗弯刚度忽略不计, 则其边界约束更接近两端铰接, 索力值 T 只要考虑式(10)中的频率项。关于两端铰接的吊索, 式(1)有经典解, 其索力计算公式作为频率法计算索力的依据^[1]。当第一阶为吊杆索横向振动时, 索力的计算公式为:

$$T = 4mL^2 f_1^2 - \pi^2 \frac{EI}{L^2} \quad (13)$$

式(10)的第一项系数与式(13)的第一项系数的绝对差为 -5.53×10^{-4} , 相对差为 -0.014% ; 两者第二项系数的绝对差为 0.0127 , 相对差为 0.129% 。所以, 式(13)的索力计算值应该与经典计算值基本一致, 吊杆索两端铰接边界条件下的挠曲函数假定基本精确。

2 变截面吊杆索力的有限元分析

亭枫公路主桥吊杆的下锚固端结构为多段变截面(见图1), 其线质量与刚度沿其长度(长度约为1.9 m)方向变化, 用等截面吊杆的索力计算公式会存在一定的误差, 必须采用其他的方法进行分析。

关于多段变截面吊杆的分析, 国内外文献并不多, 文献[4]实际上利用广义有限单元方法求解索力与频率的关系, 计算结果与实测数据和商用分析软件 ABAQUS 梁单元的计算结果基本一致。

关于亭枫公路主桥多段变截面吊杆的索力与频率的关系, 拟采用大型结构分析软件 SAP2000 的梁单元来进行分析, 计算模型根据吊杆的实际设计图纸尽量按实进行建立, 吊杆的计算模型示意图与下锚固结构的几何模型渲染图分别如图3与图4所示。计算模型中输入的参数为: 吊杆索钢绞线的弹性模量 $E_p = 1.95 \times 10^5$ MPa, 下锚固段结构 40 Cr 钢的弹性模量 $E_s = 2.06 \times 10^5$ MPa, $\nu = 0.31$, $\rho = 7850$ kg/m³。在主桥的吊杆设计中, 南北两侧端部两根吊杆均采用规格 Φ^*15-19 , 其它他南侧吊杆采用 Φ^*15-15 , 北侧吊杆由于人行道的偏载作用采用 Φ^*15-17 , 吊杆索的一些输入参数见表1。

考虑的吊杆边界条件为:(1)两端铰接;(2)两端固定;(3)一端铰接、一端固定。此外, 也建立了不考虑下锚固端结构的等截面吊杆索有限元模型来进行比较。

由于文章篇幅有限, 代表性地列出两根端部吊杆与两根北侧吊杆($L=6.239$ m/10.840 m/14.635 m /



图3 吊杆计算模型



图4 吊杆下锚固端几何模型

表1 吊杆索的一些输入参数

吊杆规格	索体线密度 / ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$)	保护套线密度 / ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$)	索体等效 直径 /m
Φ^*15-19	25.3	2.62	0.058 2
Φ^*15-17	22.9	2.62	0.055 0
Φ^*15-15	20.5	2.62	0.051 7

19.676 m)在成桥索力(1 120 kN/1 099 kN/930 kN / 997 kN)作用下的频率(见表2)。

表2 成桥索力下有限元频率计算结果 单位:Hz

边界 条件	模型 形式	Φ^*15-19	Φ^*15-19	Φ^*15-17	Φ^*15-17
		6.239 m	10.840 m	14.635 m	19.676 m
两端 铰接	变截面	11.116	8.060	6.140	4.909
	等截面	16.259	9.201	6.550	5.038
两端 固定	变截面	25.688	11.823	7.862	5.756
	等截面	18.071	9.772	6.839	5.198
一端铰接 一端固定	变截面	11.549	8.291	6.298	5.019
	等截面	17.106	9.479	6.693	5.119

由表2中的计算结果可知:

(1)吊杆的边界条件对端短吊杆的频率影响非常显著,同一索力下变截面模型与等截面模型之间的短吊杆频率计算结果相差也非常明显。但是,随着

吊杆长度的增大,边界条件的影响和不同模型之间的差别减弱明显。

(2)相同吊杆长度与索力条件下,两端铰接与一端铰接(铰接端为下锚固端)、一端固定的边界约束情况下,等截面模型的频率计算值比变截面模型的大。这是因为下锚固端结构的线质量比索截面的大,而其近铰接边界的抗弯刚度对频率的影响较小。但是,在两端固定边界下,由于固定约束使下锚固端结构的抗弯刚度效应大大增强,变截面模型的频率值比等截面模型的大,特别是短吊杆更为显著。

由上述可见,下锚固结构对短吊杆的索力识别影响很大,对长吊杆的影响较小;吊杆边界条件的确定对短吊杆的索力识别影响很大,对长吊杆的影响小。

3 吊杆基准等效长度的确定

亭枫公路主桥吊杆下锚固端结构采用多段变截面结构,为了能够简化吊杆索力的识别,采用简单的索力计算公式替代有限元方法,而计算精度又能达到一定的要求,这需要根据有限元参数分析结果来求解变截面吊杆的等效长度。

文献[2]提出:式(12)计算得到的索力与相应的ANSYS有限元结果之间存在一定的差别,下面采用等截面吊杆有限元模型的计算结果来验证索力计算公式的精度。利用表2中等截面模型的计算频率代入式(10)~式(12)得到的索力值与相应的有限元模型的索力值进行比较(见表3)。

表3 理论公式索力计算值 单位:kN

边界条件	模型形式	Φ^*15-19	Φ^*15-19	Φ^*15-17	Φ^*15-17
		6.239 m	10.840 m	14.635 m	19.676 m
两端铰接	式(10)	1 121.2	1 101.6	933.8	1 000.7
	相对差	-0.10%	-0.24%	-0.41%	-0.37%
两端固定	式(11)	1 049.1	991.4	823.9	868.7
	相对差	6.33%	9.79%	11.41%	12.87%
一端铰接 一端固定	式(12)	1 045.1	1 004.0	841.7	894.3
	相对差	6.69%	8.64%	9.49%	10.30%

由表3的计算结果可知,两端铰接的索力公式得到的索力值与相应的有限元结果一致,而两端固定与一端铰接、一端固定的索力公式得到的索力值比相应的有限元结果要小。所以,利用两端铰接的变截面有限元模型的分析结果来确定变截面吊杆的基准等效长度。

两端铰接变截面吊杆的索力可以用下式计算:

$$T = 4mL_{eq}^2 f_1^2 - \pi^2 \frac{EI_{eq}}{L_{eq}^3} \quad (14)$$

式中: I_{eq} 为吊杆的等效惯性矩,对于吊杆长度较长的,近似用 I 替代; L_{eq} 为吊杆的基准等效长度。

根据同一吊杆规格与同一长度的两组索力 T_1 、 T_2 与频率 f_{T_1} 、 f_{T_2} ,可以得到吊杆基准等效长度的计算公式为:

$$L_{eq} = \sqrt{\frac{T_1 - T_2}{4m(f_{T_1}^2 - f_{T_2}^2)}} \quad (15)$$

经过计算比较,对于短吊杆(吊杆规格 Φ^s15-19 的两根吊杆),式(14)的刚度项对索力影响比较大,其索力计算公式宜用下式替代:

$$T = 4mL_{eq}^2 f_1^2 - \pi^2 \frac{EI_{eq}}{L_{eq}^3} \quad (16)$$

根据刚度等效原理,通过有限元模型的计算结果可以得到^[5]:

$$L = 6.239 \text{ m}, I_{eq} = 1.15I \quad (17)$$

$$L = 10.840 \text{ m}, I_{eq} = 1.03I \quad (18)$$

利用两端铰接变截面吊杆的频率与索力值可以计算得到部分规格吊杆的基准等效长度^[5](见表4)。

表4 部分规格吊杆的基准等效长度 单位:m

吊杆规格	L	L_{eq}	吊杆规格	L	L_{eq}
Φ^s15-19	6.239	9.267	Φ^s15-19	10.840	12.396
Φ^s15-17	14.635	15.598	Φ^s15-17	19.676	20.158
Φ^s15-17	21.365	21.760	Φ^s15-15	14.635	15.555
Φ^s15-15	19.676	20.144	Φ^s15-15	21.365	21.752

为了方便计算,对于吊杆长度较长的 Φ^s15-17 与 Φ^s15-15 ,吊杆基准等效长度拟合成一个统一的线性函数,通过取多组斜率 k 与截距 b 的均方根值,可得到以下基准等效长度的计算公式^[5]:

$$L_{eq} = 0.925L + 1.962 \quad (19)$$

利用两端铰接变截面吊杆的等效长度作为基准等效长度对于其他边界的索力计算公式得到的索力值具有一定的近似性,但是与其相应的有限元结果相比,最大相对差的绝对值小于3%^[5],在工程允许的范围之内。

4 实测计算值与设计值对比

从主桥吊杆下锚固端结构的构造设计来看,采用的是插销式连接方式与系梁上的锚板进行连接,下锚固端的边界应接近铰接。吊杆在拱肋上的锚固端,由于锚具对吊杆索体的锚固作用,可以假定为固接。这些力学上的假定基本合理。

下面利用一端铰接、一端固定的索力计算公式来计

算主桥代表施工阶段的实测索力,并与相应阶段的设计索力进行比较。

在亭枫公路主桥南幅桥桥面铺装完成后、悬挑人行道钢结构安装之前,施工监控组根据当前阶段主桥吊杆索力的实测结果与理论设计索力进行了调索计算分析,于2021年12月24日早上开始在施工现场指导施工单位进行调索,在完成调索工作后对所有吊杆进行了频率的测试。利用实测频率计算吊杆索力,表5列出了南幅桥南侧7根吊杆的索力实测计算值与相应设计值的对比。

表5 代表吊杆实测计算索力值与相应设计值的对比

No.	Type	L/m	L_{eq}/m	T_D/kN	f_1/Hz	T_M/kN	$E_r/\%$
SS1	15-19	6.239	9.267	1 033	11.328	1 038	0.41
SS2	15-19	10.840	12.396	989	8.398	1 035	4.73
SS3	15-15	14.635	15.499	837	6.750	873	4.29
SS4	15-15	17.571	18.215	886	5.813	896	1.10
SS5	15-15	19.676	20.162	891	5.273	904	1.45
SS6	15-15	20.949	21.340	899	5.078	940	4.56
SS7	15-15	21.365	21.725	874	4.875	897	2.63

表5中, T_D 表示设计索力值, T_M 表示实测计算索力值, E_r 表示实测值与设计值的相对差。从表5的计算结果可知,实测计算索力值与设计值基本吻合,能够满足设计要求。

5 结语

以上海亭枫公路跨平申线航道桁架拱桥的变截面吊杆为例,在等截面吊杆索力计算公式的基础上,结合两端铰接变截面吊杆的有限元参数分析结果,推导出变截面吊杆的基准等效长度。利用基准等效长度,采用一端铰接、一端固定的索力计算公式得到的实测索力计算值与设计索力基本吻合,能够满足设计的需要。

本文提出的变截面吊杆索力分析与识别方法能为类似工程提供一定的参考。目前,上海亭枫公路主桥已经建成通车。

参考文献:

- [1] JTG/T 21-01—2015,公路桥梁荷载试验规程[S].
- [2] 何容,何伟,陈淮,等.复合边界条件下基于能量法吊索张力实用公式[J].振动、测试与诊断,2013,33(2):187-191.
- [3] 邵旭东,李国锋,李立峰.吊杆振动分析与力的测量[J].中外公路,2004,24(4):29-31.
- [4] 欧阳光,李田军,张江涛,等.基于状态空间法的分段变截面吊杆张力分析[J].浙江大学学报(工学版),2020,54(2):257-263.
- [5] 上海科路士木工程有限公司.平申线航道(上海段)整治亭枫公路桥工程主桥变截面吊杆索力的测试与分析[R].上海:上海科路士木工程有限公司,2022.