

基于线形控制的梁式桥部分斜拉体系法加固 简化计算方法

张春明¹, 魏 国²

(1. 甘肃省交通规划勘察设计院股份有限公司, 甘肃 兰州 730000; 2. 西安长安大学工程设计研究院有限公司, 陕西 西安 710018)

摘 要: 从采用部分斜拉体系加固主梁线形的影响因素出发, 分析了在外荷载作用下的主梁变形、斜拉索伸长以及主塔压缩和偏位对主梁挠度大小的影响, 推导出了 2 跨连续梁的加固计算方法; 同时依据某黄河大桥的病害检测结果, 在分析病害成因和桥梁内力分布的基础上, 提出了采用部分斜拉加固体系的改造方案, 并计算了加固前后的主梁挠度, 与有限元结果进行对比后, 验证了所提出的加固计算方法的可行性。

关键词: 预应力混凝土梁桥; 桥梁病害; 加固方法; 部分斜拉体系; 主梁线形

中图分类号: U445.7

文献标志码: A

文章编号: 1009-7716(2023)08-0275-05

0 引 言

截至 2017 年, 全国公路桥梁已达 80 多万座。多座桥梁由于长期运营和交通荷载压力的增加, 出现了不同程度的结构病害。在不断老化的结构影响和有限的维修资金限制下, 制定合理的退化后混凝土桥梁维修方案已成为工程界的研究热点^[1]。

目前主要采用的桥梁加固方法有主动加固法和被动加固法。相对于被动加固法, 主动加固法可针对桥梁带载加固所导致的后加补强材料“被动”受力、应变(应力)滞后的先天不足, 变被动为主动, 充分发挥后加补强材料(高强钢丝、钢绞线等)的高抗拉性能, 有效提高材料的利用效率。梁式桥变部分斜拉桥的加固方法属于改变结构体系加固法, 是将原有的连续梁桥或连续刚构桥转变为矮塔斜拉桥的加固方式, 是一种变被动为主动的加固方法^[2-3]。

部分斜拉体系加固技术随着科技的发展越来越多地应用于实际工程。1970 年建成通车的挪威普特桑德桥^[4-6]在运营期间进行检测时发现, 桥梁跨中处下挠值过大, 约 45 cm, 为此采用倒 Y 型钢箱梁桥塔, 主跨对称设置 2 对拉索并带背索的斜拉变体系加固法对其进行加固。矮塔斜拉体系加固设计在武陵渡黄河公路大桥^[7]中有着较鲜明的体现, 该桥主桥上部结构采用变截面预应力混凝土连续箱梁桥, 由于主桥边中跨比值大于连续梁桥合理边中跨比值,

且本桥因预应力损失较严重而使梁体产生较大的下挠, 因此设计人员采用部分斜拉加固法, 通过改变结构体系来达到改善主梁受力的目的。山东东明黄河大桥为预应力混凝土连续箱梁桥, 其病害主要为箱梁腹板裂缝不断开裂, 跨中挠度不断加剧, 采用矮塔斜拉加固方式对该桥进行加固后, 主梁的抗裂性能得到提高, 且跨中挠度值也得到有效提升, 加固效果明显。

1 部分斜拉体系加固原理

1.1 加固前主梁恒载作用挠度

采用部分斜拉体系加固梁式桥与部分斜拉桥设计的理念不尽相同。在受损桥梁加固前, 由于截面特性改变、预应力损失等因素, 主梁的力学性能已经发生变化, 相对于原设计高程, 主梁发生下挠现象, 因而采用斜拉索加固是在其现有受力状态下进行的。在计算中, 通过引入刚度折减系数和预应力折减系数来考虑结构实际病害引起的损伤。

加固前主梁的静力状态见图 1, 图中 q_G 为主梁自重荷载集度; L 为主梁计算跨度。

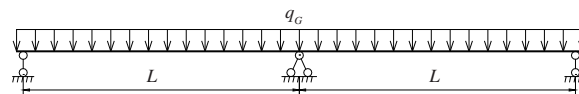


图 1 加固前主梁的静力状态

主梁加固前, 在线形基础上考虑未损结构因预应力损失和截面刚度减小引起的主梁跨中下挠 Δf_P 、 Δf_E , 其计算式为:

$$\Delta f_P = \frac{\xi PhL^2}{16EI} \quad (1)$$

$$\Delta f_E = \frac{q_G L^4}{192 \xi EI} \quad (2)$$

收稿日期: 2022-08-30

作者简介: 张春明(1991—), 男, 硕士, 工程师, 主要从事桥梁养护与钢结构桥设计工作。

式中: E 为原结构弹性模量; I 为原结构截面惯性矩; ζ 为预应力损失折减系数; ξ 为主梁截面刚度损伤系数; P 为原结构有效预应力; h 为预应力质心至截面质心的距离。

原主梁损伤后,在恒载状态下主梁挠度应是由预应力损失和截面刚度减小引起的主梁跨中下挠之和:

$$\Delta f_G = \Delta f_P + \Delta f_E \quad (3)$$

1.2 加固后主梁均布力作用挠度

1.2.1 部分斜拉体系加固荷载比计算

当原结构采用变体系加固后,在活载或二期荷载作用下,主梁的挠度也会影响斜拉索最终的加固效率。引入部分斜拉体系设计阶段参数“索梁荷载比”的概念,分析加固过程中拉索、主梁分担荷载的问题,即斜拉索对活荷载的“卸载系数”。定义部分矮塔斜拉桥索梁荷载比 η 为:

$$\eta = \frac{q_C(x)}{q_Q(x) - q_C(x)} = \frac{q_C(x)}{q_B(x)} \quad (4)$$

式中: $q_C(x)$ 为拉索承担的竖向荷载; $q_B(x)$ 为主梁承担的竖向荷载; $q_Q(x)$ 为车道均布荷载或二期荷载效应,且 $q_Q(x) = q_C(x) + q_B(x)$ 。

2 跨部分斜拉体系加固荷载计算图见图 2。

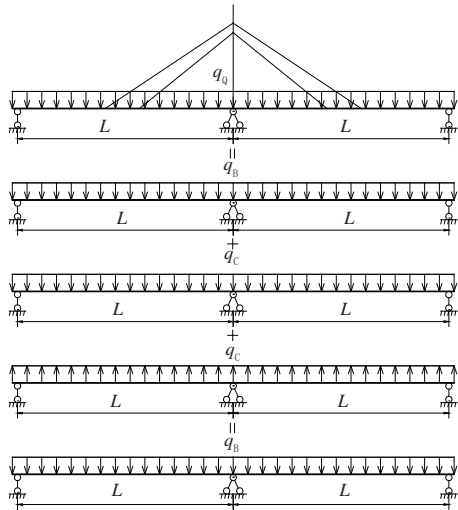


图 2 2 跨部分斜拉体系加固荷载计算图

按照比拟梁计算原理,在部分斜拉体系加固中,拉索承担的荷载效应等于拉索索力的竖向分力,方向向下。将拉索的竖向分力等效成荷载作用于主梁上,该竖向分力将与 $q_C(x)$ 抵消。因此,主梁上只有荷载 $q_B(x)$ 的作用,加固体系可以视作是仅受 $q_B(x)$ 作用的梁式结构。下述以 2 跨加固体系来分析均布荷载下斜拉索与主梁对荷载效应的分担量。

1.2.2 主梁承担竖向荷载

主梁挠曲线方程按照一般结构力学力法方程,

可以求出主梁跨中断面、中支点处主梁截面的弯矩值。采用图 1 的计算图式,在均布荷载作用下,主梁承担的荷载为 $q_B(x)$,则中支点处主梁的弯矩 M^f 为:

$$M^f = -\frac{1}{8}q_B L^2 \quad (5)$$

跨中处主梁弯矩 M^d 为:

$$M^d = -\frac{1}{16}q_B L^2 \quad (6)$$

以简支梁为基本结构体系,根据线性叠加原理,可求出在均布外荷载作用下的主梁挠曲线方程:

$$\Delta f_B = \frac{q_B}{48EI} (xL^3 - 3Lx^3 + 2x^3) \quad (7)$$

当 $x=0.5L$ 时,跨中最大挠度 Δf_{Bmax} 为:

$$\Delta f_{Bmax} = \frac{q_B L^4}{192EI} \quad (8)$$

由式(8)可得主梁分担荷载 q_B 为:

$$q_B = \frac{192EI \cdot \Delta f_{Bmax}}{L^4} \quad (9)$$

式中: q_B 为加固后主梁所承担的均布荷载; L 为主梁单跨跨径; EI 为主梁抗弯刚度。

1.2.3 斜拉索分担竖向荷载

均布荷载 $q_Q(x)$ 在加固后的斜拉体系上作用时,第 i 根斜拉索所产生的拉力为 ΔT_i ,由胡克定律得:

$$\frac{\Delta T_i}{E_{mi} A_{mi}} = \frac{\Delta l_{mi}}{l_{mi}} \quad (10)$$

式中: l_{mi} 为第 i 根斜拉索长度; A_{mi} 为第 i 根斜拉索修正后的截面面积; E_{mi} 为第 i 根斜拉索修正后的弹性模量。

若该点在均布荷载作用下主梁的挠度为 Δf_C ,则有:

$$\Delta l_{mi} = \Delta f_C \sin \alpha_{mi} \quad (11)$$

式中: α_{mi} 为第 i 根斜拉索水平倾角

则此时均布荷载作用下的索力 ΔT_i 为:

$$\Delta T_i = \frac{E_{mi} A_{mi} \Delta f_C \sin \alpha_{mi}}{l_{mi}} \quad (12)$$

可得均布荷载作用下索力的竖向分力 ΔT_{iy} 为:

$$\Delta T_{iy} = \Delta T_i \cdot \sin \alpha_{mi} = \frac{E_{mi} A_{mi} \Delta f_C \sin^2 \alpha_{mi}}{l_{mi}} \quad (13)$$

则加固后斜拉索承担的竖向力 ΔT_y 为:

$$\Delta T_y = \sum_i \frac{E_{mi} A_{mi} \Delta f_C \sin^2 \alpha_{mi}}{l_{mi}} \quad (14)$$

此时,将所有斜拉索承担的竖向力等效为主跨全跨 L 范围的均布荷载:

$$q_C = \frac{\Delta T_y}{L} = \sum_i \frac{E_{mi} A_{mi} \lambda \Delta f_C \sin^2 \alpha_{mi}}{L l_{mi}} \quad (15)$$

式中: Δf_C 为主梁上任意一点的挠度,可由 $\Delta f_C = \lambda \Delta f_{Cmax}$

所得,其中无量纲参数 λ 为:

$$\lambda = \frac{4(L^3x - 3Lx^3 + 2x^3)}{L^4} \quad (16)$$

则式(15)可改写为:

$$q_c = \sum_i \frac{E_{mi} A_{mi} \lambda \Delta f_{Cmax} \sin^2 \alpha_{mi}}{L l_{mi}} \quad (17)$$

1.2.4 斜拉索加固效应

由式(4)可得:

$$\eta = \frac{q_c(x)}{q_B(x)} = \frac{q_c}{q_B + q_c} \quad (18)$$

1.3 部分斜拉体系加固后均布荷载的计算^[8-9]

对于采用部分矮塔斜拉加固的体系,在竖向均布荷载作用下,主梁的下挠量分别由拉索承担均布荷载下的变形、主塔的转动和主塔的弹性变形这3部分组成。

1.3.1 拉索弹性变形引起的主梁竖向挠度

在竖向均布荷载作用下,斜拉索弹性变形将会引起主梁位移的变化,斜拉索的弹性伸长量 Δl_{mi} 为:

$$\Delta l_{mi} = \frac{q_c L l_{mi}}{E_{mi} A_{mi} \sin \alpha_{mi}} \quad (19)$$

此时在拉索弹性变形下,拉索位置处主梁的最大竖向位移 Δf_s 为:

$$\Delta f_s = \frac{q_c L l_{mi}}{E_{mi} A_{mi} \sin^2 \alpha_{mi}} \quad (20)$$

1.3.2 拉索致使主塔偏位引起的主梁竖向挠度

在竖向均布荷载作用下,斜拉索作用可分解为水平横向荷载,则主塔可简化为塔底固定、锚固端弹簧支承的梁,如图3所示。

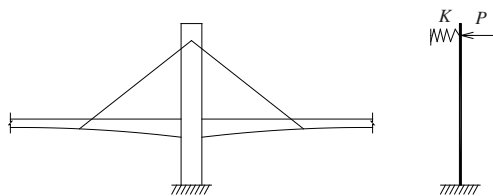


图3 主塔力学模式

则塔顶的水平位移 Δh 为:

$$\Delta h = \frac{q_c L \cot \alpha_{mi}}{\frac{3 E_t I_t}{h^3} + \frac{E_{mi} A_{mi} \cos^2 \alpha_{mi}}{l_{mi}}} \quad (21)$$

塔顶水平位移引起的索塔和主梁的转角为 β ,根据几何关系得:

$$\sin \beta = \frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta f_w}{x_{mi}} \quad (22)$$

则索塔转动引起的主梁挠度 Δf_w 为:

$$\Delta f_w = \frac{q_c L \cot^2 \beta}{\frac{3 E_t I_t}{h^3} + \frac{E_{mi} I_{mi} \cos^2 \beta}{l_{mi}}} \quad (23)$$

式中: h 为主塔的高度; I_t 为主塔的截面惯性矩; E_t 为主塔的弹性模量; x_{mi} 为第 i 根斜拉索距塔根的距离。

1.3.3 桥塔弹性压缩引起的主梁竖向挠度

假设主塔截面为等截面,在斜拉索竖向分力荷载作用下,主塔弹性压缩引起的主梁竖向位移 Δf_T 为:

$$\Delta f_T = \frac{q_c L h}{E_t A_t} \quad (24)$$

由上述公式可知,在斜拉索竖向分力作用下,主塔产生弹性压缩。在加固设计中,桥塔作用点一般在桥墩上或是塔底直接在承台上,因此,桥塔压缩引起的主梁位移较小,可以忽略不计。

1.4 索力加固效应

部分斜拉体系加固时,若斜拉索与主梁锚固刚度足够大,则索力对大跨预应力混凝土桥梁的加固效应可分为两部分:一是竖向分力在箱梁锚固点直接引起的上挠;二是水平分力在箱梁锚固点引起截面状态改变产生的上挠。在小位移状态下,忽略由斜拉索竖向分量产生的主梁转角在水平向的分量,不考虑二者转角的相互耦合影响。

1.4.1 竖向分力

竖向力作用示意图见图4。图4中: F 为拉索竖向分力; T 为拉索索力; m 为斜拉索主梁锚固点距塔根距离。

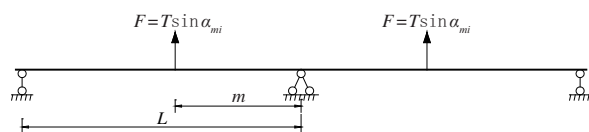


图4 竖向力作用示意图

拉索的竖向分力在锚固点的效应以竖向力的形式给出,由此可分析沿主梁纵向各位置处的竖向挠度。

主梁中支点处弯矩 M_H^f 为:

$$M_H^f = m(L-m)p \frac{(2L-m)}{2L^2} \quad (25)$$

主梁跨中处弯矩 M_H^d 为:

$$M_H^d = -p \begin{cases} \left[A + \frac{(L-m)}{2} \right], & \text{有索区} \\ \left[A + \frac{m}{2} \right], & \text{无索区} \end{cases} \quad (26)$$

式中: $A = -m(L-m) \frac{(2L-m)}{4L^2}$ 。

以简支梁为基本结构体系,斜拉索竖向力在桥梁结构上作用时,各位置处的位移 Δf_H^F 为:

$$\Delta f_H^F = \frac{p}{EI}$$

$$\begin{cases} A' + \frac{(L-m)x}{6L} [2mL - m^2 - x^2], & 0 \leq x < m \\ A' + \frac{(L-m)x}{6L} \left[\frac{L}{(L-m)} (x-m)^3 + (2mL - m^2)x - x^3 \right], & m \leq x < L \end{cases} \quad (27)$$

式中: $A' = \frac{m(L-m) + (2L-m)}{2L} \left[\frac{1}{L} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6L} \right) - \frac{x}{3} \right]$; x 为计算截面距塔根距离。

1.4.2 水平分力

水平力作用示意图见图 5。

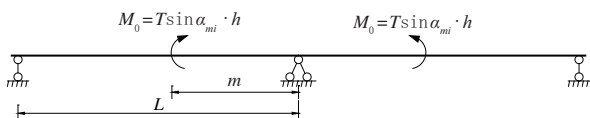


图 5 水平力作用示意图

拉索的水平分力在锚固点的效应,实际可等价为无竖弯、平弯的体内预应力束。

由图 5 可知,斜拉索水平向分力为 $T \cos \alpha_{mi}$,则水平向的弯矩 $M_0 = T \cos \alpha_{mi} \cdot h$,其中 h 为索力水平分力距截面中性轴的距离。

主梁中支点处弯矩 M_V^F 为:

$$M_V^F = -\frac{3M_0 m^2 (L - \frac{2}{3}m) - 2M_0 (L-m)^3}{2L^3} \quad (28)$$

主梁跨中处弯矩 M_V^d 为:

$$M_V^d = -\frac{M_0}{4L^3} \begin{cases} B + 2L^3, & \text{有索区} \\ B - 2L^3, & \text{无索区} \end{cases} \quad (29)$$

式中: $B = 3m^2(L - \frac{2}{3}m) - 2(L-m)^3$ 。

以简支梁为基本结构体系,斜拉索水平力在桥梁结构上作用时,各位置处的位移 Δf_V^M 为:

$$\Delta f_V^M = \frac{M_0}{EI} \begin{cases} B' + \frac{x}{6L} [-3m^2 + 6mL - 2L^2 - x^2], & 0 \leq x < m \\ B' + \frac{1}{6L} [3m^2L - 2L^2x + Lx^2 - 3m^2x - 2L^2x - x^3], & m \leq x < L \end{cases} \quad (30)$$

式中: $B' = \frac{3m^2(L - \frac{2}{3}m) - 2(L-m)^3}{2L^3} \times \left[\frac{1}{L} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6L} \right) - \frac{x}{3} \right]$ 。

1.5 加固后主梁的总挠度

当结构二期荷载作用在主梁上时,考虑体系下的各因素后,结构总位移计算式见式(31)。在计算活载作用时,拉索承担活载下的变形、主塔的转动以及主塔的弹性变形取计算值的一半。

$$\Delta f = \Delta f_G + \Delta f_B + \Delta f_S + \Delta f_W + \Delta f_T + \Delta f_H^F + \Delta f_V^M \quad (31)$$

2 数值分析

2.1 工程概况

以宁夏某 T 型刚构加固工程为算例来验证上述公式推导的合理性。主桥为单箱双室的预应力混凝土箱梁,挂梁为预应力混凝土 T 梁。主桥跨径组合为 60 m+2×90 m+60 m,桥宽 12 m,为 4 跨带挂梁的 T 型刚构桥。主桥在运营期间检测发现挂梁位置严重下挠、牛腿处多处开裂现象,决定采用变体系加固法进行加固(见图 6)。为对本文提出的加固计算方法进行验证,在对原桥结构计算中采用端部简支约束条件,加固斜拉索采用单根进行试算,有效预应力大小按实测取值。

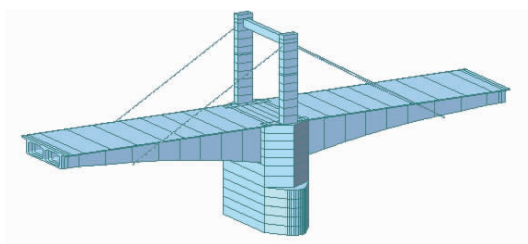


图 6 主桥加固方案

2.2 原桥折减参数

为了解和掌握主桥悬臂混凝土箱梁目前有效的预应力情况,从而评估预应力束的安全性和耐久性,对该桥上游侧桥墩的上游侧槽口实测 3 根、下游侧槽口实测 1 根;下游侧桥墩处的上下游侧槽口各实测 1 根有效预应力,具体检测位置见图 7。在箱梁顶板处切开长约 100 cm,宽约 20 cm,深约 10 cm 的矩形槽进行测量。有效预应力检测结果见表 1。

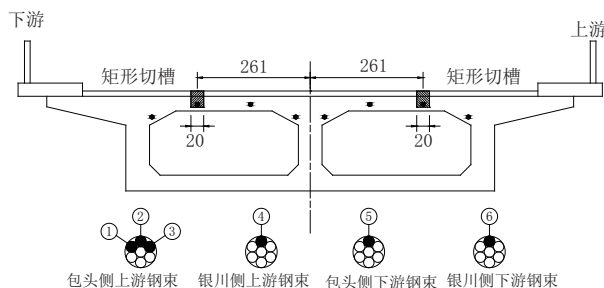


图 7 预应力钢束检测位置(单位:cm)

表 1 有效预应力检测结果汇总表^[9] 单位:kN

实测钢束编号	实测预应力	估算有效预应力	竣工张拉控制力
1	121.1		
2	108.6		
3	137.6		
4	149.8	143.2	153.2
5	156.2		
6	149.7		

考虑混凝土收缩徐变并模拟施工过程进行成桥分析,在实测结果的基础上,按10%考虑预应力损失,结合旧桥设计参数计算桥梁在各个不同荷载工况下的组合值。

3 计算结果

3.1 加固后结构索梁荷载比

为确定拉索承担均布荷载下的变形、主塔的转动和主塔的弹性变形,首先需要分析计算加固过程中拉索、主梁分担荷载的大小。分别对结构加固前后主梁在二期荷载作用下的挠度进行对比,得到加固后结构的索梁荷载比,结果见图8,图中BR、AR分别表示加固前、加固后主桥纵向位置的挠度。

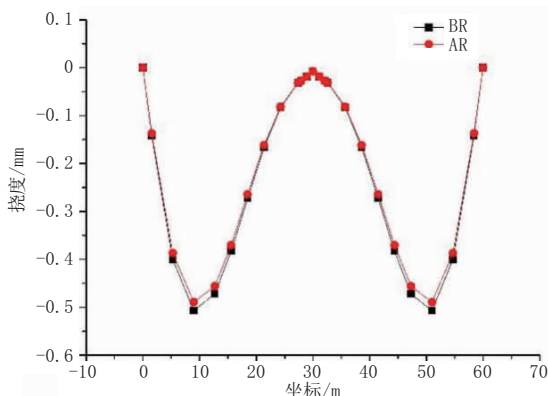


图8 加固前后主梁挠度值对比

由图8可知:采用本文部分斜拉体系加固时,加固前后主梁在二期荷载作用下的挠度变化量相近,斜拉索在加固体系中承担一部分主梁的荷载效应。通过计算,该体系加固时拉索承担4.5%的荷载。

3.2 结构荷载效应

对于发生预应力损失后的主梁结构,分别计算在自重、预应力和主桥加固后二期荷载及索力作用下的主梁位移值,以几项位移之和作为结构加固目标位移值。分别通过有限元方法和本文计算方法进行比较,得到的主梁挠度、主梁挠度差值比例见图9、图10。

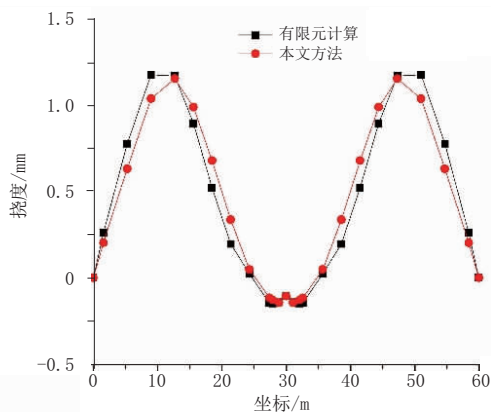


图9 2种方法主梁挠度计算值对比

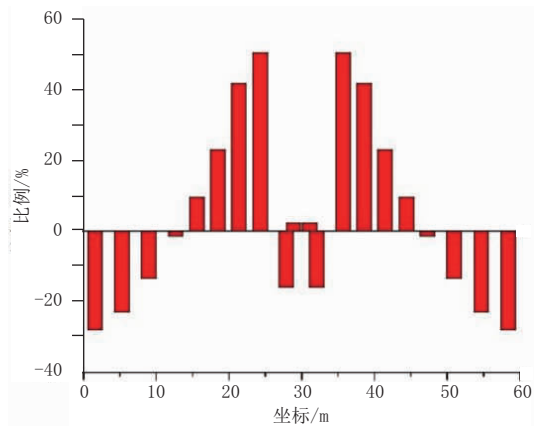


图10 2种方法主梁挠度差值比例

通过对比可知:拉索对主梁挠度的改善有较大影响,2种计算方法得到的挠度变化规律一致,但计算值相差较大。

分析原因主要是,本文计算方法采用的是等截面,而有限元计算采用的是变截面。若有限元计算中按等截面处理且采用主梁靠近桥墩处四分点位置处的截面特性,则可得到图11所示的2种方法主梁挠度差值比例结果。

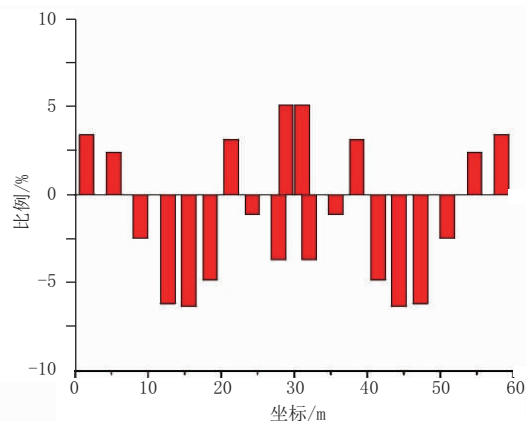


图11 修正后2种方法主梁挠度差值比例

由图11可见,当采用等截面计算时,2种方法得到的挠度计算值最大仅相差6.3%,证明本文方法可以应用到工程中。

4 结 语

(1)通过2跨连续梁的计算模式,从力学方面阐述了部分斜拉体系加固桥梁的优越性;同时考虑单塔参与受力来进一步阐述加固中各个参数下的协同作用,得出综合参数下的力学公式,对阐述力学加固机理具有指导意义。

(2)本文方法能较好地计算分析工程中主梁高跨比较小的等截面主梁。对于变截面主梁以及深梁的计算,是后续分析的重点。

(3)通过有限元和本文方法的对比表明,基于线
(下转第283页)

表 7 经冻融试件与未冻融试件比值

循环次数	0	5	10	20
经冻融试件 R_{DC} 与未冻融试件 R_c 比值	1	0.959	0.890	0.712

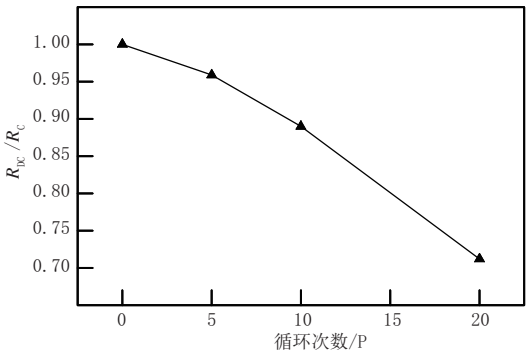


图 2 冻融前后比值关系图

由图表分析可知,随着循环次数增加,试件抗压强度不断下降,下降速率不断增大,对试件的破坏更加明显。基于强度测试值与冻融循环前后比值关系,在本试验条件下,当冻融循环达到 20 次时,试件抗压强度下降明显,反映于路基即为承载力降低。因此,在季冻区的公路路基附近需要增加一定的保温措施。

3.3 结论

本文主要研究在冻融循环作用下,水泥与钢渣混合后作为路基基层的抗压强度变化,通过室内制取试件,养护后在不同循环次数下的最大抗压值作为判断依据,由此得到以下结论:

(1)在满足公路等级要求的级配下,随着冻融循环的次数增加,试件的裂隙增多,呈现骨料外露,承

载力显著下降等特征。

(2)试件在冻融作用下质量随着循环次数先增大后减小,强度则随着循环次数增加不断减小。

(3)通过试验与数据处理得到试件抗压强度与循环次数的关系式,可以为后续实地试验以及现场施工提供预测指导。

参考文献:

[1] 高蕊蕊,王安建. 基于“S”规律的中国钢需求预测[J].地球报,2010, 31(5): 645-652.

[2] 陆雷,温金保,姚强.钢渣的机械力化学效应研究[J].钢铁钒钛, 2005(2): 9-43.

[3] 张彦峰.转炉钢渣做集料在 SMA-13 中的应用研究[J].山西交通科技,2018(2): 14-16.

[4] 赵亮.道路桥梁施工技术的现状及发展趋势[J].住宅与房地产,2020 (4): 230-231.

[5] Wang C C, Lee D H. Recycling of engineering characteristics of basic oxygen furnace slag and used as base layer material[J]. Journal of the Chinese Institute of Civil and Hydraulic Engineering, 2007, 19 (2): 313-322.

[6] H. Motz, J. Geiseler. Products of steel slags an opportunity to save natural resources[J]. Waste Management, 2000, 1.

[7] H. Y. Poh, Gurmel S. Ghataora, Nizar Ghazireh. Soil Stabilization Using Basic Oxygen Steel Slag Fines [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2006, 18(2).

[8] Churchward A, Sokal Y J. Prediction of Temperatures in Concrete Bridges[J]. ASCE J Struct Div, 1981(11): 2163-217

[9] JTG E30—2005,公路工程水泥及水泥混凝土试验规程[S].

[10] JTG 176—2017,水泥化学分析方法[S].

[11] GB175—2007,通用硅酸盐水泥[S].

[12] JTG F20—2015,公路路面基层施工技术细则[S].

[13] JTG E51—2009,公路无机结合料稳定材料试验规程[S].

~~~~~  
(上接第 279 页)

形控制的部分斜拉体系加固建立的计算方法准确度较好,计算方法可行、可靠,能够用于桥梁的加固设计计算中。

参考文献:

[1] FRANGOPOL D M. Life-cycle performance, management, and optimization of structural systems under uncertainty: accomplishments and challenges [J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2011, 7 (6): 389.

[2] 程修龙.预应力混凝土连续刚构桥加固方法及加固效果分析[D].武汉:武汉理工大学,2009.

[3] 刘岚.外加预应力的 PC 桥的规划与设计[J].国外桥梁,1993(4): 263-284.

[4] 龚志刚.采用斜拉索体系加固普特桑德预应力混凝土悬臂梁桥[J].世界桥梁,2003(3): 57-59.

[5] FJELDHEIM S, TEIGEN J. Raising expectations[J]. Bridge Design & Engineering, 2003, 30: 31-32.

[6] TEIGEN J G. Prestressed box girder bridge strengthened by an internal tubular arch [J]. Journal of Bridge Engineering, 2018, 23 (4): 04018005.

[7] 王志斌,马健中,许志刚. 风陵渡黄河大桥的加固研究和设计[J]. 公路,2007(8): 45-49.

[8] 陈从春.矮塔斜拉桥设计理论核心问题研究[D].上海:同济大学, 2006.

[9] 李忠三. 基于静动力特性的多塔长跨斜拉桥结构体系刚度研究[D]. 北京:北京交通大学,2014.