

基于挠度理论的自锚式悬索桥受力特性分析

崔存玉

[上海市市政工程设计研究总院(集团)有限公司, 上海市 200092]

摘要: 基于挠度理论,分析了矢跨比、边中跨比、加劲梁竖向抗弯刚度、加劲梁纵坡和整体升降温对两塔三跨自锚式悬索桥结构受力特性的影响。此外,还讨论了加劲梁在轴向压力作用下的稳定性及其极限跨径。分析结果表明:矢跨比越小,主缆拉力越大、加劲梁的轴向压力也越大,而结构的整体刚度越低;边中跨比越大,结构的整体刚度越低,加劲梁在轴向压力作用下的横向稳定性也越差;主缆抗拉刚度或者加劲梁的竖向抗弯刚度越大,结构的整体刚度越大;加劲梁纵坡和整体升降温对结构受力的影响通常较小,可以忽略不计;自锚式悬索桥的极限跨径由加劲梁的横向第一类失稳及其屈服强度共同控制。

关键词: 自锚式悬索桥;受力分析;结构刚度;稳定性;极限跨径

中图分类号: U448.25

文献标志码: A

文章编号: 1009-7716(2023)08-0080-04

0 引言

悬索桥由于造型优美、大气磅礴,常常是大跨桥梁的首选,建成之后也会成为一个城市的标志性建筑。悬索桥的建造有着非常悠久的历史,早在公元前50年,我国就修建了跨长百米的铁索桥^[1]。根据悬索桥主缆锚固形式的不同,可以将悬索桥分为地锚式和自锚式两种。世界上第一座自锚式悬索桥是建于1870年的德国沃索维策(Wrsowicer)桥,主跨22.8 m^[2]。目前,位于我国重庆的鹅公岩轨道大桥是世界上已建成的跨径最大的自锚式悬索桥,主跨为600 m^[3]。此外,广州正在规划建设主跨为608 m的自锚式悬索桥(万龙大桥)。

悬索桥结构受力分析的理论可以分为弹性理论、挠度理论和有限元法三种^[4,5]。早期的悬索桥由于跨度小,主缆自重轻,加劲梁的刚度相对主缆较大,桥梁结构的刚度主要由加劲梁提供。因此,可以采用Navier提出的弹性理论进行分析^[5]。随着悬索桥跨度的增加,加劲梁的相对刚度降低,结构的几何非线性问题逐渐突出,忽略主缆因荷载而产生的形状改变将会造成较大的误差。当悬索桥跨径小于200 m,并且加劲梁的高跨比在1/40左右时,采用弹性理论进行悬索桥的设计较为合适。1877年Ritter提出了悬索桥分析的挠度理论^[6]。Melan^[7]和Steinman^[8]等学者相继对悬索桥的挠度理论进行了研究。

收稿日期: 2023-01-28

作者简介: 崔存玉(1989—),男,博士,工程师,从事桥梁结构设计工作。

1938年,留学德国的李国豪在导师K. Klöppel教授的指导下,以规划中的德国汉堡易北河公铁两用悬索桥为背景,对挠度理论的非线性分析方法进行了研究,提出了“悬索桥按二阶理论的实用计算”方法^[9,41]。采用这一方法可以极大的提高悬索桥挠度理论分析的效率。随着数值模拟技术的发展,采用有限元法进行悬索桥的设计计算可以得到更为精确的结果。目前自锚式悬索桥的分析大多采用有限元法^[10-13]。但有限元法更适宜对某一具体桥梁进行计算分析,不能显式的给出结构受力及变形随各主要影响参数的变化关系。因此,挠度理论至今仍然是进行悬索桥结构受力分析的简单实用方法^[14]。

国内在挠度理论研究方面,石磊等^[15]采用广义变分原理推导出了自锚式悬索桥的基础微分方程,得出了自锚式悬索桥挠度理论的基础微分方程近似等于弹性理论下的微分方程这一结论。王志诚等^[16,17]采用挠度理论对自锚式悬索桥的静动力特性进行了研究,分析了矢跨比、边中跨比、主梁竖向抗弯刚度等参数对结构的内力、变形、主缆的活载水平力的影响。本文根据自锚式悬索桥挠度理论的基本方程,对图1所示自锚式悬索桥结构,除分析了矢跨比、边中跨比、加劲梁竖向抗弯刚度、加劲梁纵坡以及温度的影响之外,还对加劲梁的稳定性以及影响自锚式悬索桥极限跨径的主要参数进行了分析。

1 自锚式悬索桥挠度理论基本方程

悬索桥挠度理论的基本假设为:(1)主缆只承受拉

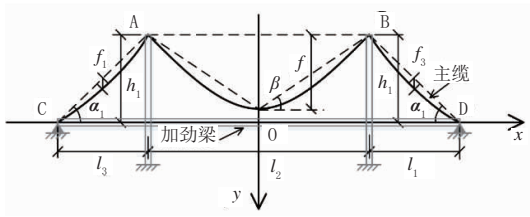


图1 自锚式悬索桥结构示意图

力,抗弯刚度可以忽略不计;(2)加劲梁一期恒载完全由主缆承担,二期恒载(桥面铺装等)和活载由主缆与加劲梁共同承担;(3)密集的吊索可以简化为连续膜。挠度理论忽略了桥塔变形、主缆水平位移以及吊杆倾斜变位和伸长等次要因素的影响。此外,经与主缆的悬链线方程进行对比可知,抛物线方程与悬链线方程给出的主缆线形差别很小,极少超过0.5%^[9,18]。因此,进行挠度理论分析时主缆的线形可以采用二次抛物线模拟。

挠度理论的基本方程包括基本微分方程和相容方程。根据挠度理论的基本假设,可以推导得基本微分方程为:

$$E_b I_b = \frac{d^4 v_1}{dx^4} = p + H_p \frac{d^2 \gamma}{dx^2} + H \frac{d^2 v_2}{dx^2} \quad (1)$$

式中: \$E_b I_b\$ 为加劲梁竖向抗弯刚度; \$p\$ 为作用在加劲梁上的荷载集度; \$H_p\$ 为在荷载 \$p\$ 作用下主缆中产生的水平拉力; \$H\$ 为主缆总的水平拉力; \$\gamma\$ 为主缆的挠曲线; \$v_1\$ 为加劲梁在荷载作用下的挠度; \$v_2\$ 为由于加劲梁存在纵坡,在 \$H_p\$ 作用下产生的位移。

自锚式悬索桥的相容方程为:

$$H_p = \frac{8n \int_{-l_2/2+l_1}^{l_2/2+l_1} v dx - \kappa t L_1 L_2}{l_2 \left(\frac{L_p}{E_c A_c} + \frac{l_1 + l_2 + l_3}{E_b A_b} \right)} = \frac{8n \int_{-(r_1+1/2+l_2)}^{(r_1+1/2+l_2)} v dx - \kappa t L_1 L_2}{l_2 \left[\frac{L_p}{E_c A_c} + \frac{(r_1+r_3+1)l_2}{E_b A_b} \right]} \quad (2)$$

式中: \$E_c A_c\$ 分别为主缆的弹性模量和面积; \$E_b A_b\$ 分别为加劲梁的弹性模量和截面积; \$\kappa, t\$ 分别为主缆温度线膨胀系数和施工过程中的温度变化值; \$n\$ 为主缆矢跨比; \$r_1, r_3\$ 为边中跨比; \$v = v_1 + v_2\$; \$L_p\$ 和 \$L_1\$ 分别由下式给出^[1]:

$$L_p \approx l_1(1+8n_1^2+1.5 \tan^2 \alpha_1) + l_2(1+8n^2) + l_3(1+8n_3^2+1.5 \tan^2 \alpha_3) \quad (3)$$

$$L_1 \approx l_1 \left(1 + \frac{16}{3} n_1^2 + \tan^2 \alpha_1 \right) + l_2 \left(1 + \frac{16}{3} n^2 \right) + l_3 \left(1 + \frac{16}{3} n_3^2 + \tan^2 \alpha_3 \right) \quad (4)$$

由于基本微分方程式(1)中包含了未知主缆拉力 \$H_p\$, 因此是非线性的。求解时可以先假设 \$H_p\$ 为某一定值, 然后进行迭代求解。

2 自锚式悬索桥结构参数分析

经过对我国 90 座自锚式悬索桥的结构参数进行统计发现, 50% 的自锚式悬索桥主跨跨径在 100 ~ 200 m 之间, 92% 的自锚式悬索桥主跨跨径不超过 300 m; 54% 的双塔或三塔自锚式悬索桥的矢跨比介于 1/5 ~ 1/6 之间, 仅有 8% 超过 1/8; 双塔或三塔自锚式悬索桥的边中跨比全部介于 0.3 ~ 0.5 之间。根据以上统计数据, 选择某双塔三跨自锚式悬索桥为原型进行参数分析。该桥跨径布置为 130 m + 336 m + 130 m = 596 m, 边中跨比 \$r_1 = r_3 = 0.39\$; 中跨主缆垂度 \$f = 65\$ m, 矢跨比 \$n = 1/5.17\$; 主缆采用镀锌铝镁合金钢丝, 钢丝直径为 5.3 mm, 单股 127 丝, 单缆共 37 股; 加劲梁为钢箱梁, 采用 Q345qD, 宽 36.6 m, 高 3.2 m; 桥面板采用 6 cm 厚的 UHPC 桥面板, 容重为 26 kN/m³。在自锚式悬索桥中活载所占比重相对较小, 通常在 15% 左右^[19,20]。恒载受力决定了悬索桥结构的强度和稳定性。因此, 本文仅进行了自锚式悬索桥在恒载作用下的参数分析。

2.1 矢跨比影响分析

为了反映结构真实的受力状态, 进行矢跨比影响分析时, 同步调整了主缆截面面积和加劲梁截面高度, 以使恒载作用下的主缆拉应力和加劲梁竖向刚度系数 \$\zeta_{H,v} = \sqrt{H L_1^2 / (E_b I_b)}\$ 分别保持在 400 ~ 500 MPa 和 3.0 ~ 4.0 之间。二期恒载作用下, 主缆水平拉力 \$H_p\$ 随矢跨比 \$n\$ 的变化趋势见图 2。图 2 中, \$H_p\$ 为由二期恒载 \$p_2\$ 实际引起的主缆中的水平拉力值; \$H'_p\$ 为当假设由主缆承担全部二期恒载时计算得到的水平拉力值, 计算公式如下:

$$H'_p = \frac{p_2 l_2}{8n} \quad (5)$$

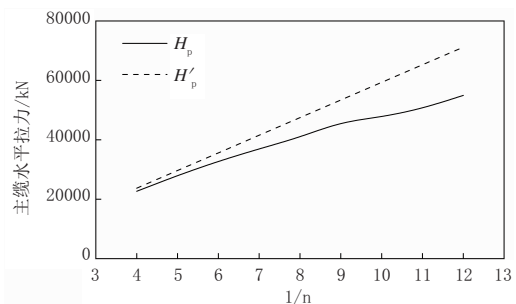


图2 二期恒载作用下主缆水平拉力随矢跨比的变化趋势

由图 2 可知, 当 \$n = 1/4\$ 时, \$H_p \approx 0.96 H'_p\$; 当 \$n = 1/12\$ 时, \$H_p \approx 0.77 H'_p\$。主缆中的水平拉力随矢跨比 \$n\$ 的减小而增加; 并且随着矢跨比 \$n\$ 的减小, 由主缆分担的荷载比例逐渐减小, 而由加劲梁分担的荷载比例逐渐增大。

当不考虑加劲梁的纵坡时,式(1)可以化简为:

$$E_b I_b \frac{d^4 v_1}{dx^4} = p_2 - H'_p \frac{8n}{l_2} \quad (6)$$

式(6)右侧的 $p_2 - 8nH'_p/l_2$ 项表示由加劲梁分担的荷载。由于随矢跨比 n 的减小,加劲梁分担的荷载逐渐增大。因此由式(6)可知,随着矢跨比的减小,结构的挠度逐渐增加,见图3。

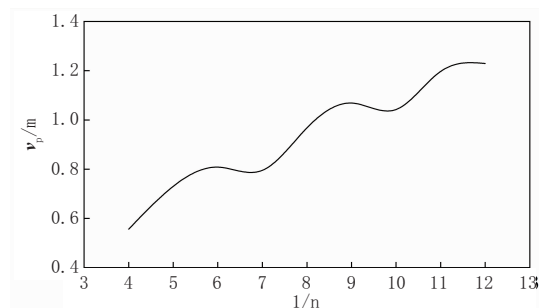


图3 二期恒载作用下主跨跨中挠度随矢跨比的变化趋势

2.2 边中跨比影响分析

边中跨比对主缆拉力的影响很小,通常不超过5%。边中跨比对加劲梁挠度的影响见图4。当 $0.3 \leq r_1 \leq 0.5$ 时,随着边中跨比的增加,中跨跨中点的挠度逐渐增大。这与均布荷载作用下三跨连续梁挠度的变化趋势相同。

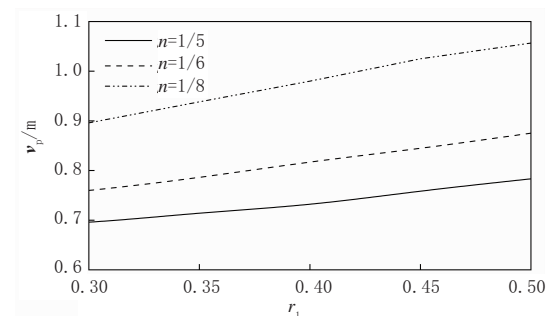


图4 二期恒载作用下主跨跨中挠度随边中跨比的变化趋势

2.3 加劲梁竖向抗弯刚度影响分析

自锚式悬索桥中的加劲梁起到平衡主缆拉力、分配荷载和减小结构挠度的作用。荷载在主缆和加劲梁之间按刚度进行分配,加劲梁的抗弯刚度越大,其分担的荷载比例越大,悬索桥结构的挠度也越小。对于钢箱加劲梁,加劲梁的竖向抗弯刚度可以通过加劲梁高近似表示。二期恒载作用下主缆水平拉力和主跨跨中点挠度随加劲梁抗弯刚度的变化趋势见图5和图6。

2.4 加劲梁稳定性

结构有两种基本的失稳状态,即第一类失稳(弹性失稳)和第二类失稳(弹塑性失稳)。在不断增加的轴向压力作用下,加劲梁的竖向抗弯刚度逐渐减小。但由于自锚式悬索桥由主缆和加劲梁共同承担竖向

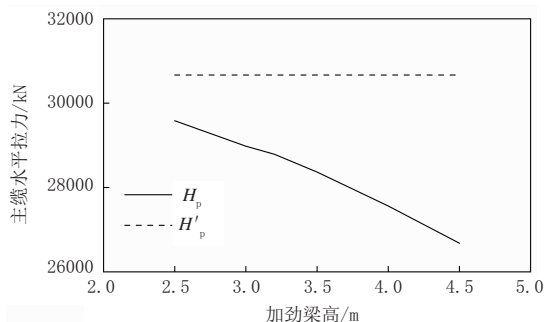


图5 二期恒载作用下主缆水平拉力随加劲梁抗弯刚度的变化趋势

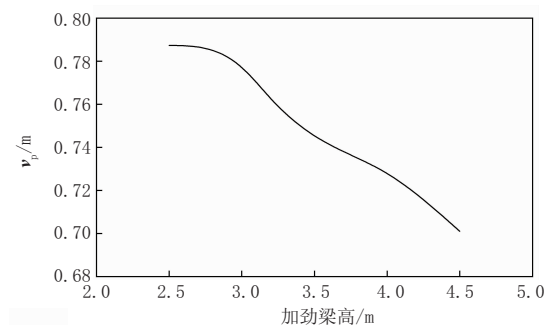


图6 二期恒载作用下主跨跨中挠度随加劲梁抗弯刚度的变化趋势

荷载作用,主缆为加劲梁提供了竖向支撑。加劲梁的最小竖向刚度由主缆提供,不会出现第一类失稳时竖向刚度为负的情况。因此自锚式悬索桥的加劲梁在面内不存在第一类失稳问题^[21],只存在第二类失稳问题。但是在横桥向,由于加劲梁仅由支座和桥塔提供侧向支撑,仍然存在第一类失稳问题。由加劲梁横向失稳控制的临界压力可以通过连续梁的三弯矩方程求解,加劲梁的临界压力求解公式为^[22]:

$$\cos(\zeta_{H,T}) - \csc(\zeta_{H,T}) = \frac{1}{r_1 \zeta_{H,T}} - \cot(r_1 \zeta_{H,T}) \quad (7)$$

由式(7)可知,加劲梁的边中跨比会影响加劲梁的稳定性。 $\zeta_{H,T}$ 临界值随边中跨比 r_1 的变化趋势见图7。由图7可知,随着边中跨比 r_1 的增加, $\zeta_{H,cr}$ 值逐渐减小。

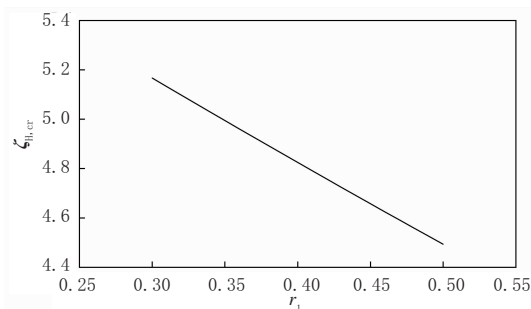


图7 $\zeta_{H,cr}$ 随边中跨比 r_1 的变化趋势

2.5 自锚式悬索桥极限跨径影响参数分析

对于自锚式悬索桥,由于主缆拉力完全由加劲梁中的压力平衡,加劲梁的稳定性是自锚式悬索桥

所能达到的极限跨径的控制因素。因此,这里将加劲梁横向刚度系数 $\zeta_{H,T} \geq \zeta_{H,cr}$ 以及加劲梁的屈服应力 $f_y = 275 \text{ MPa}$ 作为自锚式悬索桥达到极限跨径的判断标准。 $\zeta_{H,T}$ 的大小与恒载、矢跨比以及加劲梁边中跨比和横向抗弯刚度有关。本节重点分析了主缆矢跨比 n 对自锚式悬索桥极限跨径的影响。图 8 给出了自锚式悬索桥极限跨径 l_{ex} 随主缆矢跨比 n 的变化趋势。由图 8 可知,当 $n \geq 1/6$ 时,自锚式悬索桥的极限跨径 l_{ex} 与 $n^{1/3}$ 成正比;当 $n < 1/6$ 时,自锚式悬索桥的极限跨径 l_{ex} 与 n 成正比。对于本文选择的原型桥,其极限跨径 $l_{ex} = 1\,642 \text{ m}$ 。

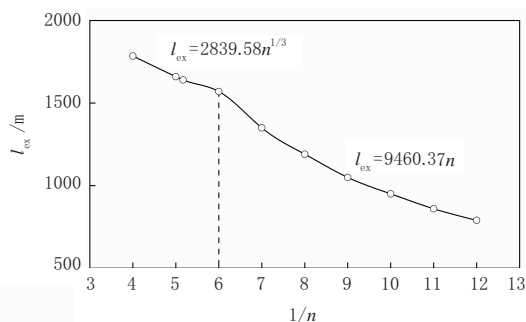


图 8 极限跨径 l_{ex} 随矢跨比 n 的变化趋势

3 结论

挠度理论作为一种简化分析方法,可以用来对有限元法计算结果进行校核。本文基于挠度理论对自锚式悬索桥结构的受力特性进行了参数分析,得到以下结论:

(1) 矢跨比越小,主缆中的水平拉力值越大;但随着矢跨比的减小,主缆分担的荷载比例逐渐降低,而由加劲梁分担的荷载比例逐渐增大,导致结构的整体刚度逐渐降低、挠度逐渐增加。

(2) 边中跨比对主缆拉力的影响很小,通常不超过 5%;当边中跨比为 0.3 ~ 0.5 时,随着边中跨比的增加,结构的整体刚度逐渐降低、挠度逐渐增大。此外,边中跨比越大,加劲梁的临界 $\zeta_{H,cr}$ 值越小、横向稳定性越差。

(3) 主缆抗拉刚度或者加劲梁的竖向抗弯刚度越大,结构的整体刚度越大,在荷载作用下结构的挠度越小。

(4) 加劲梁纵坡对主缆水平拉力以及加劲梁挠度的影响随 ζ_H 的增加而增大;纵坡对加劲梁挠度的影响比主缆水平拉力的影响大。

(5) 自锚式悬索桥的极限跨径由加劲梁的横向第一类失稳和屈服强度共同控制。对于本文所选原

型桥,当主缆矢跨比 $n \geq 1/6$ 时,自锚式悬索桥的极限跨径 l_{ex} 与 $n^{1/3}$ 成正比;当 $n < 1/6$ 时,自锚式悬索桥的极限跨径 l_{ex} 与 n 成正比。

参考文献:

- [1] 陈仁福.大跨悬索桥理论[M].成都:西南交通大学出版社,2015.
- [2] GOOLEN D Van. Self-Anchored Suspension Bridges: Part I: Literature Survey & Plan of Action[D]. Delft University of Technology, 2006.
- [3] 臧瑜,戴建国,邵长宇.重庆鹅公岩轨道大桥设计关键技术[J].桥梁建设,2020,50(4):82-87.
- [4] 项海帆,范立础.高等桥梁结构理论[M].北京:人民交通出版社,2015.
- [5] 周孟波,刘自明,王邦楣.悬索桥手册[M].北京:人民交通出版社股份有限公司,2003.
- [6] CHEN W F, DUAN L. Bridge Engineering Handbook[M]. 2014.
- [7] BUONOPANE S G, BILLINGTON D P. Theory and History of Suspension Bridge Design from 1823 to 1940 [J]. Journal of Structural Engineering, 1993, 119(3):954-977.
- [8] MELAN J, D. B. STEINMAN. Theory of Arches and Suspension Bridges[M]. Chicago: The Myron C. Clark Publishing Co., 1913.
- [9] 李国豪.桥梁与结构理论研究[M].上海:上海科学技术文献出版社,1983.
- [10] 谭冬莲.大跨径自锚式悬索桥合理成桥状态的确定方法[J].中国公路学报,2005,18(2):51-55.
- [11] 周绪红,武隽,狄谨.大跨径自锚式悬索桥受力分析[J].土木工程学报,2006,39(2):42-45,65.
- [12] 邱文亮,姜萌,张哲.混凝土自锚式悬索桥极限承载力影响因素[J].哈尔滨工业大学学报,2009,41(8):128-131,141.
- [13] 张哲,石磊,刘春城,等.混凝土自锚式悬索桥结构内力分析[J].哈尔滨工业大学学报,2003,35(5):625-627.
- [14] 李立峰,程翔云.代换梁法在自锚式悬索桥上的推广应用[J].工程力学,2008,25(8):212-217.
- [15] 石磊,刘春城,张哲.自锚式悬索桥挠度理论基础微分方程近似推导[J].哈尔滨工业大学学报,2004,36(12):1733-1735.
- [16] 王志诚,刘昌鹏,沈锐利.自锚式悬索桥参数影响挠度理论研究[J].土木工程学报,2008,41(12):61-65.
- [17] 王志诚.自锚式悬索桥静动力特性挠度理论研究[D].成都:西南交通大学,2006.
- [18] 堀高夫,村山茂明.悬索理论及其应用[M].北京:中国林业出版社,1992.
- [19] 张元凯,肖汝诚,金成棣.自锚式悬索桥的设计[J].桥梁建设,2002(5):30-32.
- [20] 邵旭东,邓军,李立峰,等.自锚式悬索桥主缆锚固结构研究[J].土木工程学报,2006,39(7):81-87.
- [21] ROMEIJN A, SARKHOSH R, GOOLEN D Van. Parametric Study on Static Behaviour of Self-anchored Suspension Bridges [J]. Steel Structures, 2008(8):91-108.
- [22] 刘鸿文.高等材料力学[M].北京:高等教育出版社,1985.