

基于比拟杆法的多室箱梁竖弯段剪力滞效应计算及分析

蒋春海¹, 张旭²

[1.上海市市政工程设计研究总院(集团)有限公司, 上海市 200092; 2.上海市市政工程设计研究总院集团第十市政设计院有限公司, 甘肃 兰州 730030]

摘要: 为了分析梁轴线为竖向曲线的多室箱梁在桥墩处的剪力滞效应, 基于比拟杆理论, 通过用支座反力等效代替桥墩约束, 求得了顶板沿桥轴线的轴力、剪力方程, 算出了各加劲肋、腹板处加劲杆的换算面积, 然后根据剪切变形协调方程, 建立了考虑加劲肋影响的剪力滞微分方程组。将所建方程组的计算结果与采用 ANSYS APDL 软件建立的板壳有限元模型计算结果进行对比后发现: 采用所建方程可避免求解 2 阶微分方程组的困难, 易于使用, 且能反映局部竖弯梁段的剪力滞效应变化情况, 但计算精度随着叠加并积分的剪力流增加而降低; 对于靠近计算起始端截面的加劲杆而言, 比拟杆法计算应力与模型计算应力差值在 10% 左右; 竖弯梁顶板最大应力处的剪力滞系数为 1.4, 大于直梁在该处的剪力滞系数 1.2, 直梁在该处的轴向应力与竖弯梁相比减小了 5.9 MPa, 可以认为存在竖弯的箱型梁对剪力滞的影响是不利的。

关键词: 比拟杆法; 剪力滞; 加劲肋; 竖弯梁

中图分类号: U441.5

文献标志码: A

文章编号: 1009-7716(2024)06-0123-05

0 引言

随着我国建成的桥梁不断增多, 桥梁跨径越来越大, 截面越来越宽, 曲线构件也越来越多, 导致杆件应力分布情况更为复杂, 其中剪力滞效应的影响尤为突出。研究表明, 若不考虑剪力滞效应的影响, 容易低估箱梁腹板与翼板交接处的挠度和应力, 进而引发结构破坏^[1]。剪力滞效应是指箱梁上下翼板由于剪切变形的影响而使得翼板的纵向正应力沿横向分布不均匀的现象^[2]。目前分析剪力滞效应的方法主要有能量变分法和比拟杆法, 其中能量变分法基于最小势能原理建立起平衡方程, 计算精度依赖于事先假设的位移函数^[3-4]; 比拟杆法最早由 Taherian 提出, 该方法将箱梁离散为承受轴力的加劲杆和承受水平剪力的等效薄板, 通过剪切变形条件, 建立起平衡方程组^[5]。由于比拟杆法力学概念明确、模型简单且能满足工程精度上的要求, 因而得到了广泛应用。程翔云等^[6]提出了单箱单室箱梁剪力滞控制微分方程, 并用样条函数逼近法求解了剪力滞效应; 郭增伟等^[7]通过优化变截面箱梁加劲杆等效面积的计算

方法, 建立了变截面梁的剪力滞效应微分方程, 这种方法避免了求解 2 阶微分方程组的困难, 易于应用。

为了分析竖向弯曲处的多室箱梁在桥墩处的剪力滞效应, 本文以某吊杆拱桥的“Y”形钢箱桥墩为例, 基于比拟杆法, 通过用支座反力等效代替桥墩约束, 推导得到梁轴线为曲线的顶板处的剪力流, 建立了考虑加劲肋影响的剪力滞微分方程组。在建立板壳有限元模型并求解后发现: 本文提出的方法虽易于使用且避免了求解 2 阶微分方程组, 但计算精度随着叠加的剪力流增多而降低; 存在竖弯的箱型梁对剪力滞的影响略微不利, 直梁在应力集中处的轴向应力与竖弯梁相比减小了 5.9 MPa。

1 单箱 3 室箱梁的剪力滞微分方程

1.1 加劲薄板等效厚度和加劲杆等效面积

比拟杆法包含下列力学假定: (1) 根据抗弯惯性矩相等原理, 将腹板面积换算移至顶底板处; (2) 顶底板的换算面积根据加劲杆间的距离, 集中至加劲杆处; (3) 加劲杆为包含面积且只传递轴力的理想杆件, 加劲杆间的薄板为无面积且只传递剪力的等效薄板; (4) 梁体弯曲时的剪力平均分配在各个腹板, 并传递给顶底板。

收稿日期: 2023-07-07

作者简介: 蒋春海(1975—), 男, 硕士, 高级工程师, 从事路桥设计工作。

由于加劲肋对减轻剪力滞效应有一定积极影响^[8],现以无翼缘板且含加劲肋的单箱3室截面为例,推导其加劲杆换算面积。

比拟杆理论下的等效结构体系模型见图1。

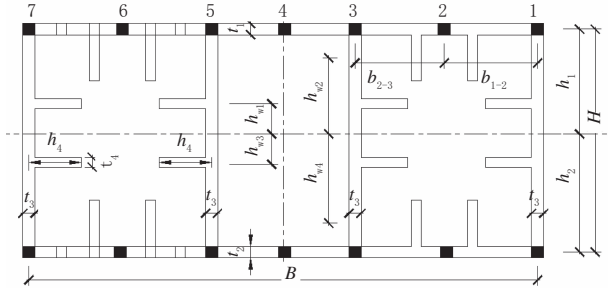


图1 比拟杆理论下的等效结构体系模型

图1中:顶底板分别设置1~7道加劲杆, b_{i-j} 为各加劲杆间距; H 为梁高; B 为梁宽; h_1 为顶板距中性轴距; h_2 为底板距中性轴距; h_4 为加劲肋高度; h_{w1} 、 h_{w3} 分别为腹板上下加劲肋距中性轴距; h_{w2} 、 h_{w4} 分别为顶底板加劲肋距中性轴距; t_1 为顶板厚度; t_2 为底板厚度; t_3 为腹板厚度; t_4 为加劲肋厚度。

在考虑截面形状沿轴线发生变化的情况下,分别根据初等梁理论、比拟杆法算得顶板的弯曲应力 σ_u :

$$\sigma_u = \frac{M_{(y)} \times h_1}{I_{(y)}} = \frac{M_{(y)}}{H \times A_{eu}} \quad (1)$$

式中: $M_{(y)}$ 为梁高方向弯矩; $I_{(y)}$ 为截面梁高方向的抗弯惯性矩; A_{eu} 为顶板换算面积。

式(1)中截面的抗弯惯性矩 $I_{(y)}$ 表达式为:

$$I = (Bt_1 h_1^3 + Bt_2 h_2^3) + 4 \left[\frac{t_3 H^3}{12} + t_3 H \left(\frac{H}{2} - h_1 \right)^2 \right] + 4(t_4 h_4 h_{w1}^2 + t_4 h_4 h_{w3}^2) + 4(t_4 h_4 h_{w2}^2 + t_4 h_4 h_{w4}^2) \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),得到顶板换算面积 A_{eu} 表达式:

$$A_{eu} = \left(\frac{Bt_1 h_1}{H} + \frac{Bt_2 h_2}{Hh_1} \right) + 4 \left[\frac{t_3 H^2}{12h_1} + \frac{t_3 (H-2h_1)^2}{4h_1} \right] + \frac{4(t_4 h_4 h_{w1}^2 + t_4 h_4 h_{w3}^2)}{Hh_1} + \frac{4(t_4 h_4 h_{w2}^2 + t_4 h_4 h_{w4}^2)}{Hh_1} \quad (3)$$

底板换算面积 A_{ed} 同理可算得。

为了描述顶板换算面积 A_{eu} 与顶板、腹板、腹板加劲肋、顶板加劲肋的关系,引入板厚换算系数 α ,见式(4);各换算系数 α 的表达式见表1。

$$A_{eu} = \alpha_1 t_1 B + 4\alpha_2 t_3 H + 4\alpha_3 t_4 h_4 + 4\alpha_4 t_4 h_4 \quad (4)$$

由式(4)可知:加劲薄板的等效厚度为 $\alpha_1 t_1$,加劲杆的等效面积由于受附近板件的影响^[7],故1~7号杆不仅需要根

表1 换算系数 α 表达式汇总表

α_1	α_2	α_3	α_4
$\frac{t_1 h_1^2 + t_2 h_2^2}{H t_1 h_1}$	$\frac{H^2 + 3(H-2h_1)^2}{12 H h_1}$	$\frac{h_{w1}^2 + h_{w3}^2}{H h_1}$	$\frac{h_{w2}^2 + h_{w4}^2}{H h_1}$

加劲杆,1、3、5、7号加劲杆还需加上腹板及腹板上加劲肋的换算面积,2、6号加劲杆还需加上与之相连的加劲肋的等效面积。根据上述方法,可得到顶板各加劲杆等效面积 $A_{eu(i)}$ 的计算式。由于该截面左右对称,仅列出右幅1~4号加劲杆的等效面积计算式:

$$\begin{cases} A_{eu(1)} = \alpha_1 t_1 (0 + b_{1,2})/2 + \alpha_2 t_3 H + \alpha_3 t_4 h_4 \\ A_{eu(2)} = \alpha_1 t_1 (b_{1,2} + b_{2,3})/2 + 2\alpha_4 t_4 h_4 \\ A_{eu(3)} = \alpha_1 t_1 (b_{2,3} + b_{3,4})/2 + \alpha_2 t_3 H + \alpha_3 t_4 h_4 \\ A_{eu(4)} = \alpha_1 t_1 (b_{3,4} + b_{4,5})/2 \end{cases} \quad (5)$$

1.2 顶板切应力微分方程组

由于比拟杆法可以单独分析顶板或底板的剪力滞,而且图1所示箱梁为左右对称结构,因此本文仅分析右幅顶板的比拟杆。假定等效薄板仅受剪力,第 i 号与第 $i+1$ 号加劲杆间的等效薄板剪力表示为 $q_{i,i+1}$ 。另假定各腹板承受剪力相等,则各腹板等效薄板的剪力均可表示为 q_{eq} 。以截面远离梁端方向为 X 轴正向,各等效薄板微元体的正向剪力见图2。

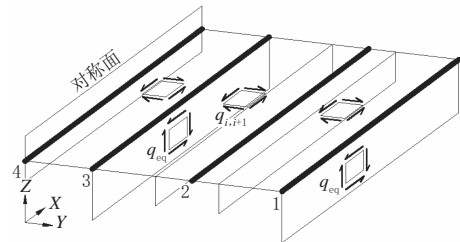


图2 顶板加劲杆间等效薄板受力示意图

等效薄板所受剪应力可认为是相邻加劲杆间发生纵向位移差引起,加劲杆也相应地受到左右两边等效薄板所提供的等大、反向的剪切力。以3号加劲杆为例,分析其长度为 Δx 微元段的受力情况,见图3(图中 N 为截面轴力; q 为剪力),并建立平衡方程。

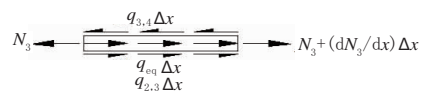


图3 顶板3号加劲杆受力示意图

通过类比得知各加劲杆的受力情况,未与中腹板相连的加劲杆无 q_{eq} 剪力。其中1~4号加劲杆的平衡方程见式(6):

$$\begin{cases} dN_{1(x)}/dx = q_{1,2(x)} - q_{eq(x)} \\ dN_{2(x)}/dx = q_{2,3(x)} - q_{1,2(x)} \\ dN_{3(x)}/dx = q_{3,4(x)} - q_{2,3(x)} - q_{eq(x)} \\ dN_{4(x)}/dx = -q_{3,4(x)} \end{cases} \quad (6)$$

顶板右幅共计3个等效薄板,可建立3个等效薄板的剪切变形与相邻加劲杆间的轴向变形协调方程,见式(7):

$$\frac{dq_{i,i+1}^2}{dx^2} = \frac{G\alpha_1 t_1}{Ed_{i,i+1}} \left(\frac{1}{A_{eu(i)}} \cdot \frac{dN_i}{dx} - \frac{1}{A_{eu(i+1)}} \cdot \frac{dN_{i+1}}{dx} \right) \quad (7)$$

联立式(5)~式(7),可建立7个相互关联的2阶微分方程组。为了便于使用且满足工程精度需求,将梁分成 n 个梁段,各段均采用3次函数来模拟剪力流,将求解2阶微分方程组的问题转变为求解线性方程组的问题。具体做法如下:每个剪力流函数包含4个未知数,未知数个数共计 $3 \times 4 \times n$ 个。根据梁端两个截面的约束情况^[3],假定无剪切变形,即 $q=0$,可建立 3×2 个方程;各段间的 $n-1$ 个内边界上,纵向相邻的剪力流方程需满足0、1、2阶导数相等,可建立 $3 \times 3 \times (n-1)$ 个方程;在内边界和梁端的 $n+1$ 个截面上,需满足式(7)的剪切变形协调方程,可建立 $3 \times (n+1)$ 个方程。未知数数量等于独立的方程数量,可得到唯一解,且在Matlab中编程并求解得到各个系数较为方便^[9]。

1.3 顶板与腹板相交处剪力流计算方法

比拟杆法认为,外荷载引起的剪力由各个腹板传递给与之连接的顶底板处的加劲杆。为了计算顶板与腹板相交处剪力流 q_{eq} 的表达式,对式(6)中顶板7根加劲杆的轴力变化率求和,得到:

$$\sum_{i=1}^7 \frac{dN_{i(x)}}{dx} = 4q_{eq(x)} \quad (8)$$

若截面既受轴力,也受弯矩,则4道腹板与顶板相交处的剪力流表达式为:

$$q_{eq(x)} = \frac{1}{4} \left(\frac{dM(x)}{Hdx} + \frac{A_{eu} + A_{ed}}{A} \cdot \frac{A_{eu} dN(x)}{(A_{eu} + A_{ed}) dx} \right) \quad (9)$$

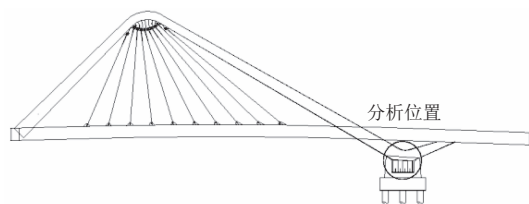
式中: M 为截面弯矩; N 为截面轴力; A 为截面原始面积。在采用分段3次函数计算剪力流时,如果梁段上有多个外力,则需要逐个计算每个外力造成的剪力滞,最后求和,以减轻计算多个力同时作用时,在分段和梁端截面上,出现剪力流方程不连续的现象。

2 桥墩处竖弯梁段的剪力滞分析

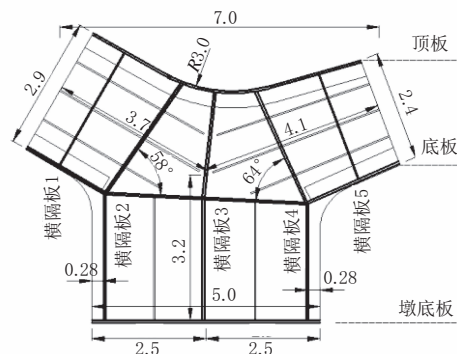
2.1 算例概况

以某吊杆拱桥为例,该桥全长120 m、拱高27 m,见图4(a)。采用比拟杆的理论与方法,分析图4(b)中局部节段顶板圆弧段处的剪力滞效应,该区段两端横截面尺寸见图4(c)。横隔板2、3、4与桥墩壁板

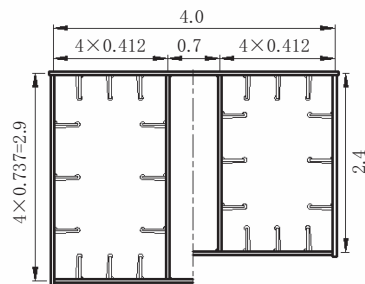
焊接,厚度为50 mm;横隔板1、5厚度为24 mm;顶板、底板、墩底板板厚均为50 mm;加劲肋宽度均为32 cm、厚度为32 mm;材质均为Q345钢材。



(a)吊杆拱桥整体立面图



(b)拱脚与桥墩连接处局部立面图



(c)拱脚与桥墩连接处局部断面图

图4 竖弯梁段示意图(单位:m)

采用MIDAS Civil计算得到整体模型恒载下局部梁段的梁端内力,导入ANSYS APDL中以shell181板壳为基础建立的局部有限元模型,计算得到各板壳单元的轴向应力结果。

2.2 力学模型的简化

由于竖弯梁段的加劲肋等细部构件较多,且与桥墩整体焊接,受力特点与刚构梁类似,本文对该结构做如下简化处理。

结构构造方面:将弯曲梁段底板的直线段近似考虑为圆弧底板,弯曲半径为5.9 m,即图5中虚线部分;腹板加劲肋同样近似考虑为圆弧段。荷载简化方面:借鉴日本研究人员^[10]针对薄壁杆件在连接处的应力集中现象所提出的分析方法,将弯矩与轴力等效替换为顶底板和横隔板的轴向力,即图5中的等效轴向力 F_{xi-j} ,其计算式见式(10);最大荷载工况下梁端以及墩底截面的荷载情况见表2。

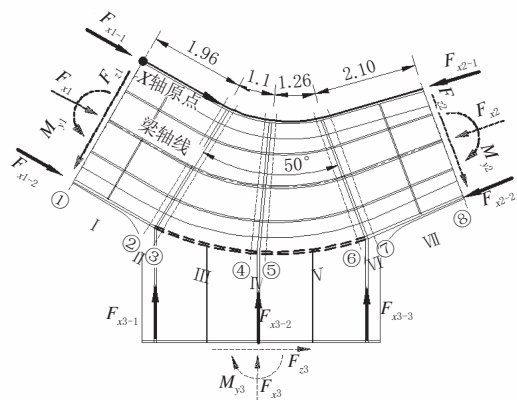


图 5 局部梁段力学模型示意图 (单位: m)

$$\begin{cases} F_{x(1-1)} = +M_{y1} / 2.9 - F_{x1} / 2 \\ F_{x(1-2)} = -M_{y1} / 2.9 - F_{x1} / 2 \\ F_{x(2-1)} = +M_{y2} / 2.6 - F_{x2} / 2 \\ F_{x(2-2)} = -M_{y2} / 2.6 - F_{x2} / 2 \\ F_{x(3-1)} = -M_{y3} / 4.44 - F_{x3} / 3 \\ F_{x(3-2)} = -F_{x3} / 3 \\ F_{x(3-3)} = +M_{y1} / 4.44 - F_{x3} / 3 \end{cases} \quad (10)$$

表 2 梁段边界截面外荷载统计表

截面	F_x /kN	F_z /kN	M_y /(kN·m)
左梁端	24 200	9 700	40 500
右梁端	18 800	3 100	6 400
墩底	30 000	1 300	58 000

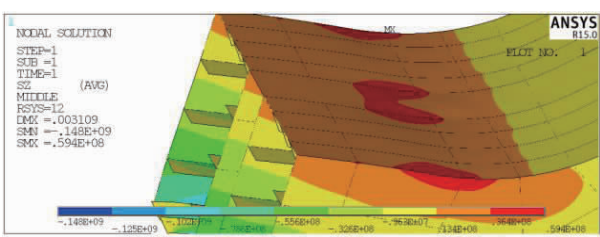
根据图 5 中简化的力学模型，在横隔板 2~4 号处设置 3 个过渡区段,宽度 0.2 m。因此本算例共计 7 个分段、8 个截面。根据式(10)和竖弯段的弯曲半径,可算得沿梁轴线方向上的轴力、剪力和弯矩,并由式(9)算得各梁段的顶板与腹板相交处的剪力流情况。根据 1.2 节的方法,在 Matlab 软件中建立 84 个独立的线性方程组,求解得到 21 个杆间的 3 次函数的剪力流方程。

2.3 剪力滞效应分析

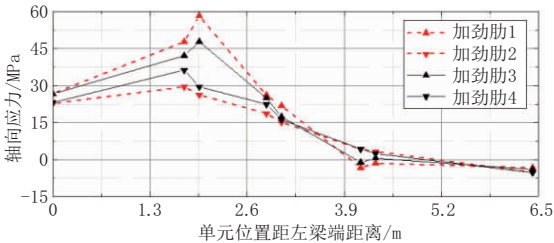
在 ANSYS APDL 软件中计算得到该弯曲梁段的应力云图,其中左端梁段的轴向应力情况见图 6(a),可以发现顶板的最大拉应力发生在与外腹板相交处,数值为 59.4 MPa,剪力滞系数约为 1.4;而顶板与中腹板相交处应力值略低,为 47.8 MPa。顶板轴向应力情况见图 6(b)。

依据前述所提方法,由式(6)和杆间的剪力流方程算出加劲杆的轴力和应力,并以有限元模型的左端截面为加劲杆的初始应力端。8 个截面处加劲杆的应力情况见表 3。

计算结果表明:本文提出的方法能反映薄壁箱梁在竖弯段处的剪力滞后效应。但是由于理论计算



(a)左梁段的轴向应力云图



(b)顶板加劲杆处的轴向应力

图 6 板壳有限元模型应力计算情况

表 3 竖弯梁顶板的轴向应力统计表 单位:MPa

截面	加劲杆 1		加劲杆 2		加劲杆 3		加劲杆 4	
	理论	有限元	理论	有限元	理论	有限元	理论	有限元
1	26.7	26.7	27.2	22.7	26.6	26.6	23.1	23.1
2	54.5	47.8	27.2	29.5	48.3	42.1	29.4	36.3
3	52.6	59.4	18.6	26.2	43.6	47.8	20.4	29.5
4	21.5	26.1	11.5	18.6	19.7	24.9	17.6	22.4
5	17.8	21.8	9.9	15.1	13.8	17.3	11.4	16.2
6	1.3	-3.3	6.9	4.2	1.0	-1.2	2.4	4.3
7	-1.0	-1.5	-1.8	3.3	-3.3	0.5	-2.7	2.4
8	-2.6	-3.4	-8.4	-5.2	-2.0	-4.1	-3.2	-5.4

的起点为梁的左端截面,而且将桥墩的支反力简化考虑为等效荷载有一定误差,导致随着梁轴线上叠加并积分的剪力数量增加,计算精度有所降低,在靠近计算起始端的截面 2 处,各加劲杆根据比拟杆法计算的应力与有限元模型计算的应力差值在 10%左右,但是在梁的右端截面误差较大。

为了分析竖弯对剪力滞效应的影响程度,将图 4 中的斜横隔板 1~5 号改为竖直,使左横梁与右横梁的梁轴线为直线,其余几何尺寸保持不变。求解计算得到顶板各单元的轴向应力云图见图 7;与表 3 中采用有限元模型计算的竖弯梁顶板轴向应力的差值见表 4。

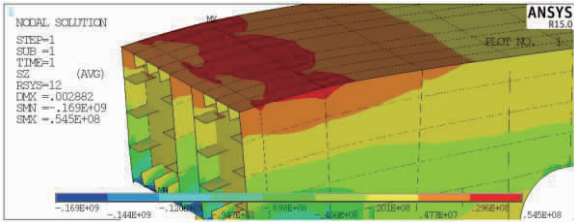


图 7 直梁的轴向应力云图

表 4 无竖弯梁顶板的轴向应力统计表								单位:MPa	
截面	加劲杆 1		加劲杆 2		加劲杆 3		加劲杆 4		
	应力	差值	应力	差值	应力	差值	应力	差值	
1	26.7	0	27.2	0	26.6	0	23.1	0	
2	37.6	-10.2	29.6	0.1	34.8	-7.3	35.9	-0.4	
3	53.5	-5.9	30.2	4.0	44.5	-3.3	41.4	8.9	
4	17.5	-8.6	15.7	-2.9	17.4	-7.5	16.7	-5.7	
5	10.9	-10.9	12.2	-2.9	11.6	-5.7	11.9	-4.3	
6	1.4	4.7	2.4	-1.8	-0.7	0.5	3.4	-0.9	
7	-1.5	0	-0.1	-3.4	-1.9	-2.4	-1.3	-3.7	
8	-2.6	0	-8.4	0	-2.0	0	-3.2	0	

计算结果表明,存在竖弯的薄壁箱梁剪力滞效应要更加明显。以截面 3 加劲杆 1 处为例,弯曲梁在该处的剪力滞系数为 1.4,而直梁在该处的剪力滞系数为 1.2。无论是否存在竖弯,在横隔板处的应力均稍大于无横隔板处的轴向应力。因此,工程中应注意顶底板与腹板、横隔板相交处的焊缝质量,减小焊接对钢板的不利影响。

3 结 语

(1)通过与板壳有限元模型的对比,本文提出的方法能反映薄壁箱梁在竖弯段处的剪力滞后效应。随着沿梁轴线所叠加计算的力的增加,计算精度有所降低,在靠近计算起始端的截面 2 处,各加劲杆根据比拟杆法计算的应力与模型计算的应力差值均在 10%左右。

(2)含竖弯段箱型梁的顶板应力与无竖弯的直

梁相比,其轴向应力稍大,剪力滞效应更加明显。以截面 3 加劲杆 1 处为例,弯曲梁在该处的剪力滞系数为 1.4,大于直梁在该处的剪力滞系数 1.2。

(3)本文由于采用分段 3 次样条曲线的方法来拟合腹板上的剪力流,虽然避免了求解 2 阶微分方程组的困难,使得工程上易于使用,但是能否通过增加分割梁段的方法来避免计算精度下降需作进一步分析。

参考文献:

[1] 罗旗帜,吴幼明.薄壁箱梁剪力滞理论的评述和展望[J].佛山科学技术学院学报(自然科学版),2001(3):29-35.

[2] 郭金琼,房贞政,郑振.箱型梁设计理论[M.北京:人民交通出版社,2008.

[3] 蔺鹏臻,刘凤奎,冀伟,等.变分原理分析混凝土箱梁的剪力滞效应[J].铁道学报,2013,35(2):93-98.

[4] ZHOU S J. Finite beam element considering shear-lageffect in box girder [J].Journal of Engineering Mechanics, 2010, 136:1115-1122.

[5] TAHERIAN A R, EVANS H R. The bar simulation methdo for the caclulation of shear lag in mulit-cell and continuous box girders[J]. Institution of Civil Engineers, Proceeding, 1977(63):881-897.

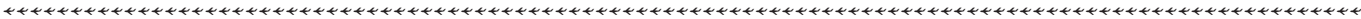
[6] 程翔云,汤康恩.计算箱形梁桥剪力滞效应的比拟杆法 [J].中南公路工程,1984,46(4):65-73.

[7] 郭增伟,李龙景,张俊波.变截面悬臂箱梁剪力滞效应的比拟杆分析方法[J].土木工程学报,2019,52(8):72-80.

[8] 郭秉山,何玮,闫月梅.薄壁钢箱梁考虑加劲肋构造剪力滞效应的计算[J].西安科技大学学报,2012,32(5):617-621.

[9] 向宇.比拟杆法分析波形钢腹板箱梁桥剪力滞效应[D].长沙:湖南大学,2011.

[10] 奥村敏惠,石沢成夫.薄板構造ラーメン隅角部の応力計算について[J].土木学会論文集,1968(153):1-18.



《城市道桥与防洪》杂志

是您合作的伙伴,为您提供平台,携手共同发展!

欢迎新老读者订阅期刊 欢迎新老客户刊登广告

投稿网站: <http://www.csdqyfh.com> 电话:021-55008850 联系邮箱: cdq@smedi.com