

基于 VMD 的简支梁动力响应计算冲击系数研究

耿 泽

[同济大学建筑设计研究院(集团)有限公司,上海市 200092]

摘 要:分析现行荷载试验规范中对冲击系数计算方法存在的难点,为了从车辆过桥产生的动力响应中准确获取准静态响应,首先对桥梁振动方程进行了简化分析,然后利用桥梁动力响应曲线在频域上低频为准静态部分,高频为振荡曲线这一特性,提出一种变分模态分解 VMD (Variational Mode Decomposition) 结合 HHT (Hilbert-Huang Transform) 边际谱的方法。该方法通过仿真分析介绍了从动力响应中分解重构准静态响应成分的具体过程,最后将该方法应用于实际案例中。结果表明:该方法在车辆速度较低时能够准确快速提取结构的准静态响应,以提供桥梁结构安全运营和健康状态评估所需的参考依据。

关键词:冲击系数;动力响应;变分模态分解;边际谱;准静态

中图分类号:U441.3;U446.1

文献标志码:A

文章编号:1009-7716(2024)11-0265-06

0 引 言

目前,对桥梁动力特性的评价主要还是依据桥梁动力荷载试验。通过对动力荷载作用下桥梁的结构响应进行测试和分析,可以解决两个问题:一是评估桥梁结构本身的动力特性,以进行结构动力性分析和桥梁的抗风、抗震性能评估;二是研究车辆荷载作用下桥梁结构的动力响应规律。动力荷载试验可以获得桥梁在实际动力作用下的响应数据,这些数据既可以用于修正计算模型,也可以作为日后管养的对比基础。试验中一个重要参数是冲击系数,它反映车辆通过桥梁时对结构竖向响应的动力放大程度。冲击系数与桥梁结构的刚度相关,刚度越低,冲击系数就越大,这表示对动荷载的缓冲作用更明显。因此,可以通过软件仿真计算冲击系数,并与实测冲击系数进行对比,来评估桥梁的实际刚度,为桥梁的维护与管理提供依据。

文献[1]梳理了国内外关于冲击系数的研究进展,国内计算冲击系数的主流方法还是通过跑车试验得到动力响应时程曲线计算冲击系数,但是如何从动力响应曲线中获取最大静响应是冲击系数计算中一个难点,也是关键点,传统现场试验方法得到的桥梁动力响应曲线并不理想^[2],计算结果的准确性更多

依赖技术人员的实践经验,同样的试验数据不同的技术人员计算结果不同,所以对信号后期处理技术还需要进一步加强。

为了对动力响应结果进行处理进而准确计算冲击系数,李伟钊等^[3]提出通过频域低通滤波从桥梁的动力响应中获得静力成分的方法;刘晨光等^[4]提出了一种基于频域幅值谱比对的低通滤波法,可以有效解决利用低通滤波法分离动载响应和静载响应时,对滤波截止频率难以估计的困难;张利宁^[5]认为简支梁桥的静位移响应曲线实际为分段连续高次抛物线组成,可近似用幂级数表示;王宁波等^[6]提出了一种从移动车辆作用下提取桥梁测点实际影响线的方法,该方法通过结合车轴信息,并利用影响线叠加的方式重构桥梁的准静态响应。

为了得到准静态响应曲线,上述学者都是通过对实测动力响应数据进行再深化处理,特别是影响车辆作用下桥梁动力响应因素复杂,也进一步造成难度加大。为给车辆作用下桥梁动力响应的动静分离提供一种新思路,本文提出一种利用变分模态分解 VMD (Variational Mode Decomposition) 结合 HHT (Hilbert-Huang Transform) 边际谱的方法对动力响应曲线进行分解重构,提取准静态位移曲线,并通过桥梁公式理论分析及仿真和实例分析验证其适用性和可靠性。

VMD 方法是一种自适应的非递归模态分解方法,它具有确定模态分解个数的优点,可以有效分离

收稿日期:2023-08-09

作者简介:耿泽(1990—),男,工程师,工学硕士,从事桥梁设计工作。

信号的固有模态分量(Intrinsic Mode Function, 简称 IMF), 以实现信号在频域的划分, 从而获得信号的最优分解。VMD 方法克服了经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, 简称 EMD)存在的端点效应及模态混叠问题, 并可以一定程度降低复杂及非线性强的非平稳时间序列的非平稳性, 将信号分解为包含不同频率尺度且相对平稳的多个子序列, 适用于处理非平稳序列。总体而言, VMD 是一种自适应性能出色的非递归模态分解方法, 可以有效提取信号的固有模态成分, 对信号进行有效分解, 获得变分问题的最优解, 并且在工程领域已经体现出其优势^[7-9]。

1 冲击系数定义

根据规范《公路桥涵设计通用规范》(JTG D60—2015)中规定, 冲击系数 μ 计算公式:

$$\mu = \frac{Y_{dmax}}{Y_{jmax}} - 1 \quad (1)$$

式中: Y_{dmax} 代表桥梁在车辆通过时产生的最大动力响应值, Y_{jmax} 代表车辆通过时桥梁最大静力响应值, 两者均从时间历程曲线上相应最大值点取值, 可以体现当车辆通过时桥梁的动力响应情况。

2 冲击系数测试

2.1 动力响应测试

如果条件允许, 荷载试验现场多采用动挠度法计算冲击系数, 否则采用动应变法。尽管动挠度信号代表桥梁整体动力放大效应, 动应变信号代表桥梁局部动力放大效应, 基于不同响应获得的冲击系数存在差异。不同学者对冲击系数与桥梁响应关系的结论也不统一, 因此两者之间的关系还需进一步明确。本文将利用 ANSYS 软件的瞬态分析模块进行仿真, 模拟计算汽车通过桥梁时对应的动力响应, 以探讨冲击系数与桥梁动力响应之间的关系。

2.2 静力响应测试

目前计算静力响应较为广泛的是对桥面无障碍行车时采集到的动挠度(应变)时程曲线, 利用公式^[10]计算:

$$\mu = \frac{Y_{dmax}}{Y_{jmax}} - 1 = \frac{f_{dmax}}{(f_{dmax} + f_{dmin})/2} - 1 \quad (2)$$

式中: f_{dmax} 为最大动载响应值, 一般可以通过实测直接获得; f_{jmax} 为对应的最大静载响应值, 但直接测量 f_{jmax} 有困难, 需要进行等效的准静态试验, 即车辆缓慢通过桥梁时的动载响应值; f_{dmin} 是时程曲线中 f_{dmax} 相邻的波谷值。但是, 动载最大挠度点和静载最大挠

度点不一定重合, 存在一定误差, 为简化处理, 一般用 $(f_{dmax} + f_{dmin})/2$ 来近似替代准静态试验的 f_{jmax} , 最终这种处理仍存在问题, 无法准确对应动静载最大挠度点, 计算得到的冲击系数误差较大。因此, 准确获取动静载最大挠度对计算冲击系数至关重要。需要采用精确的测量方式, 同时考虑结构的滞后效应, 使动静载最大挠度尽可能得到对应, 以提高冲击系数计算的准确性。

为了避免直接利用公式计算带来的误差, 现行公路荷载试验规程建议采用数字低通滤波法来获得最大静载响应。由于静载分量的频率远低于动载分量, 可以通过频谱分析选择合适的低通滤波器滤除信号中的动载分量, 从而提取出静载分量。但是, 低通滤波的滤波效果与滤波器、截止频率、采样频率、带宽等原因有关, 进而导致低通滤波的滤波效果不确定性较大^[12]。

本文利用 VMD 法得到的固有模态函数 IMF, 对车辆过桥时产生的桥梁动力响应值进行分解重构, 得到准静态分量, 并与利用 ANSYS 软件静态分析模块仿真模拟的计算汽车过桥时桥梁静力响应值进行对比。

3 VMD-HHT 法

3.1 变分模态分解理论(VMD)^[13]

变分模态分解建立在维纳滤波、频率混合、希尔伯特变换等数学理论基础之上, 具有严格的数学理论支持。

VMD 法分解原始信号 $x(t)$, 得到 K 个离散模态, 即 VMD 分解得到的固有模态函数 IMF, 它被定义为一个调幅-调频信号, 表达式为:

$$u_k(t) = A_k(t) \cos[\phi_k(t)] \quad (3)$$

式中: $u_k(t)$ 为第 k 个 IMF 分量; $A_k(t)$ 和 $\phi_k(t)$ 为 $u_k(t)$ 的瞬时幅值和相位, 且 $A_k(t) \geq 0$, $\phi_k(t) \geq 0$, $\omega_k(t)$ 为 $u_k(t)$ 的瞬时频率。

在满足各个频率 IMF 分量之和等于原始输入信号 $x(t)$ 的前提下, 变分模态分解是通过最小化每个固有模态函数(IMF)分量的带宽估计之和来实现的, 构建了信号分解的变分模型。

3.2 HHT 边际谱

快速傅里叶变换 FFT (Fast Fourier Transform) 方法反映的是整个时间轴上存在的正弦或余弦波的频率成分, 而 HHT 边际谱的峰值代表每个频率分量在信号总幅值中所占的累积贡献。针对非线性和非

平稳的桥梁动力响应信号,HHT 边际谱分析相比 FFT 频谱分析有更大优势。

对 VMD 分解计算出来的各个 IMF 分量首先做 Hilbert 变换后,原始信号 $x(t)$ 则可由下式表示:

$$u_k(t) = R \left\{ \sum_{j=1}^n a_j(t) \exp[i\omega_j(t)dt] \right\} \quad k=1,2,3,K \quad (4)$$

式中: ω 的函数 $H(\omega, t)$,这种表示信号在时间和频率上幅值分布的图形被称为希尔伯特谱(Hilbert-Huang Transform Spectrum,简称 HHT 谱),即:

$$H(\omega, t) = R \left\{ \sum_{j=1}^n a_j(t) \exp[i\omega_j(t)dt] \right\} \quad (5)$$

对式(5)进行时间积分,得到 Hilbert 边际谱:

$$h(\omega) = \int_0^T H(\omega, t) dt \quad (6)$$

3.3 桥梁动力响应理论简化

仅考虑竖向一阶,移动弹簧—质量对梁的跨中振动方程可简化为下式^[14]:

$$M_B \ddot{y}_c + c_B \dot{y}_c + k_B y_c = (M_v g + k_v \Delta) \varphi(t) \quad (7)$$

$$M_{vs} \ddot{z} + c_v \dot{z} + k_v z = 0$$

式中: $\Delta = z - y_c \varphi(t)$, $M_v = M_{vs} + M_{vu}$, $k_B = ml\omega_1^2/2$, $M_B = ml/2 + M_{vu}\varphi^2(t)$ 。 y_c 为梁的强迫振动位移, $\varphi(t)$ 为桥梁振型函数; $\varphi(t) = \sin(\pi vt/l)$; z 为 M_{vs} 的绝对位移。由于桥梁的抗弯刚度通常远大于汽车悬挂系统的弹簧刚度,所以桥梁产生的挠度远远小于汽车质量在悬挂弹簧上的位移,则式(7)可以简化为:

$$M_B \ddot{y}_c + c_B \dot{y}_c + k_B y_c = (M_v g + k_v z) \varphi(t) \quad (8)$$

$$M_{vs} \ddot{z} + c_v \dot{z} + k_v z = 0$$

簧上质量的动力平衡方程可以看成为有阻尼自由振动,簧上质量的位移方程为:

$$z(t) = e^{-\zeta_v \omega_v t} \left[u(0) \cos \omega_D t + \frac{\dot{u}(0) \zeta_v \omega_v u(0)}{\omega_D} \sin \omega_D t \right] \quad (9)$$

$$\omega_D = \omega_v \sqrt{1 - \zeta_v^2}$$

式中: $\omega_v = \sqrt{k_v/M_{vs}}$; ζ_v 为弹簧阻尼比;可以将 $z(t)$ 看成 $z(t) = C \cos(\omega_D t + \alpha)$,代入式(8)的桥梁振动方程,此时可以将移动弹簧—质量对梁的跨中振动方程看成在谐振力作用下的运动控制微分方程,利用三角函数关系,则跨中简化振动方程为:

$$M_B \ddot{y}_c + c_B \dot{y}_c + k_B y_c = M_v g \sin\left(\frac{\pi vt}{l}\right) + \frac{k_v C}{2} \sin\left(\frac{\pi vt}{l} - \omega_D t - \alpha\right) + \frac{k_v C}{2} \sin\left(\frac{\pi vt}{l} - \omega_D t + \alpha\right) \quad (10)$$

由式(10)可知移动弹簧—质量的梁强迫振动的稳态部分是以频率为 $\sin\left(\frac{\pi vt}{l}\right)$ 、 $\sin\left[\left(\frac{\pi vt}{l} - \omega_D\right)t\right]$ 和

$\sin\left[\left(\frac{\pi vt}{l} + \omega_D\right)t\right]$ 的三角函数曲线组成的。由于 VMD 法分解出的 IMF 分别包含了原始信号的不同频率段的成分,并由低频向高频进行排列,并且车辆过桥的桥梁动力响应曲线是将准静态位移曲线看作主要的趋势项,然后叠加上桥梁自振和外力激励引起的振荡曲线。在频域上,低频部分对应准静态响应,波动曲线决定了高频部分,凭借这一特性可将车辆过桥的“静+动”响应曲线分解重构,提取静载响应曲线。

4 仿真设计分析

4.1 桥梁模型

本文利用分析软件 ANSYS 建立桥梁有限元模型, BEAM3 单元做梁单元,桥梁跨径 32 m,材料弹性模量 $E = 2.46 \times 10^{11}$ N/m²,梁截面长宽高均为 1 m,梁截面惯性矩 0.083 m⁴,桥梁结构单位长度质量 9.36×10^3 kg/m,阻尼比 0.05。

4.2 车辆模型

在 ANSYS 软件中,将车辆模型和桥梁模型分别建立,但放在同一工作环境中,两者保持独立。通过 APDL 语言编写脚本,可以在任意时刻施加车辆和桥梁结构之间的接触耦合关系。在车辆仿真模型中,采用 ANSYS 中的 MASS21 单元来模拟车体和车轮的质量,采用 COMBIN14 单元来模拟悬挂系统中的弹簧,并可以赋予弹簧不同的阻尼系数。

其中,车体质量为 4.69×10^3 kg,车轮质量 1.69×10^3 kg,弹簧刚度 4.87×10^6 N/m,阻尼系数取 3.14×10^5 N·s/m。

4.3 桥面平整度

路面平整度是引起车辆随机振动的主要因素之一,车辆在路面激励下会出现复杂的耦合振动响应。本文参考国家标准《机械振动道路路面谱测量数据报告》(GB/T 7031—2005)^[15] 给出的公路路面随机功率谱,选择路面不平整度的空间频率范围为 0.06~3 m⁻¹,这基本覆盖了汽车悬挂系统的竖向共振频率范围。然后利用离散傅立叶反变换生成路面不平整度时间历程,作为车轮位移的输入激励,从而得到车辆模型的不平激励下的时域反应^[16-17]。因本文重点不在于讨论不平整度,具体计算方法详见笔者参考^[12] 论文,在此不过多赘述。

4.4 冲击系数计算

本文利用四分之一车桥模型,分别设定车辆以

5、30、60、90、120 km/h 的速度过桥,通过 ANSYS 建模得到对应的动载时间历程曲线,然后利用 ANSYS 软件计算出动载作用下相应位置和时刻的静载时间历程曲线,以保证按规范准确计算冲击系数的规范值,并在第三章理论分析的基础上对动载时程曲线进行分解重构,得到重构静载时程曲线,具体流程详见图 1。

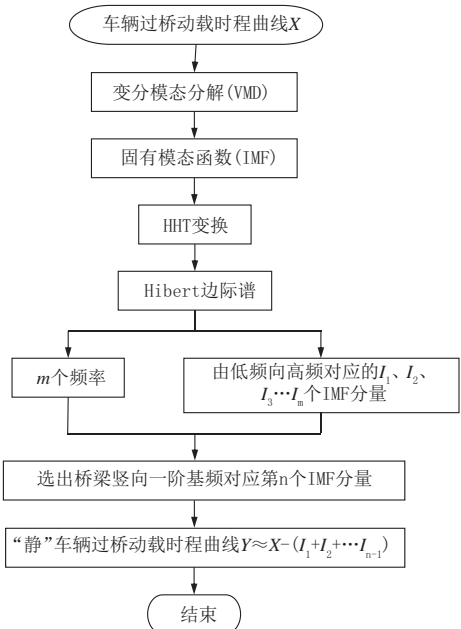


图 1 静载时程曲线重构流程图

本例桥梁理论竖向一阶基频为 2.269 Hz,按图 1 所示流程处理动载时程曲线,结果如图 2 各图所示,由于篇幅限制,只列出光滑和 C 级路面的结果。由图 2 所示,车速在 60 km/h 及以下时动载时程曲线过滤效果较好,重构静载时程曲线与理论静载时程曲线基本重合,但当车速在 90 km/h 和 120 km/h 时重构静载时程曲线与理论静载时程曲线重合度较低,说明 VMD 法分解重构在车速较低时效果较好,并且不同的路面平整度对重构静载时程曲线线形影响较小。对重构静载时程曲线中 Y_{jmax} 进行整理,结果见表 1。

由表 1 可知,车速为 60 km/h 及以下时与理论 Y_{jmax} 的最大相对误差为 1.49%,车速为 90 km/h 时最大相对误差达到 2.59%,车速为 120 km/h 时最大相对误差达到 10.61%。按第一节中规范规定方法计算冲击系数,结果见表 2。

由表 2 可知,车速为 60 km/h 及以下时重构曲线计算出来的动力放大响应 $1+\mu$ 与规范值的最大相对误差为 1.52%,车速为 90 km/h 时最大相对误差达到 2.53%,车速为 120 km/h 时最大相对误差达到 9.62%。

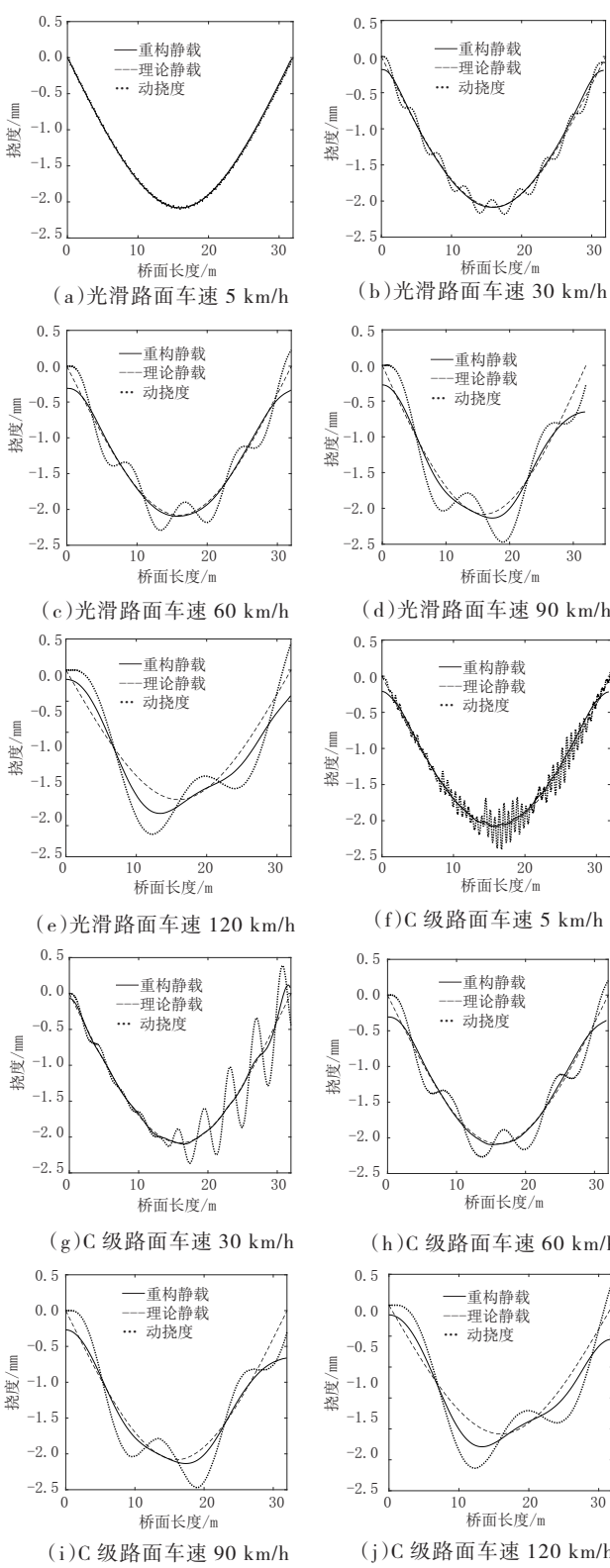


图 2 仿真动载时程曲线 VMD 分解结果

在速度较低时基于 VMD 法对动载时程曲线的分解重构效果较好,得到的重构静载时程曲线 Y_{jmax} 值与理论静载时程曲线 Y_{jmax} 值偏差较小,得到的冲击系数可满足工程精度要求。但当车速高于 90 km/h 情况时,得到的重构静载时程曲线 Y_{jmax} 值与理论静载时程曲线 Y_{jmax} 值偏差较大,计算出的冲击系数还

表 1 重构静载时程曲线 Y_{jmax} 计算结果

单位:mm

路面等级	车速 5 km/h	车速 30 km/h	车速 60 km/h	车速 90 km/h	车速 120 km/h
光滑	2.082	2.085	2.093	2.136	2.303
A 级	2.097	2.089	2.093	2.136	2.29
B 级	2.113	2.092	2.093	2.133	2.29
C 级	2.077	2.099	2.095	2.136	2.29

注:理论 $Y_{jmax}=2.082$ mm

表 2 冲击系数对比计算结果

路面等级	车速 5 km/h	车速 30 km/h	车速 60 km/h	车速 90 km/h	车速 120 km/h
重	重	重	重	重	重
构	构	构	构	构	构
曲	曲	曲	曲	曲	曲
线	线	线	线	线	线
1+ μ (规范 1+ μ)	1+ μ (规范 1+ μ)	1+ μ (规范 1+ μ)	1+ μ (规范 1+ μ)	1+ μ (规范 1+ μ)	1+ μ (规范 1+ μ)
光滑	1.008(1.008)	1.047(1.049)	1.095(1.101)	1.158(1.188)	1.146(1.268)
A 级	1.039(1.046)	1.061(1.064)	1.094(1.099)	1.155(1.185)	1.152(1.268)
B 级	1.040(1.056)	1.083(1.088)	1.091(1.097)	1.158(1.186)	1.152(1.267)
C 级	1.155(1.152)	1.128(1.137)	1.083(1.090)	1.157(1.187)	1.152(1.267)

需要进一步确定。

5 实际工程中应用

以福建某 5×20 m 的 PC 简支空心板为例,桥面连续,桥梁下部结构采用桥墩柱与桩基础组合的形式,横断面布置形式如图 3 所示。

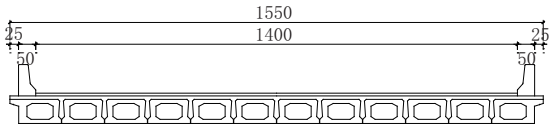
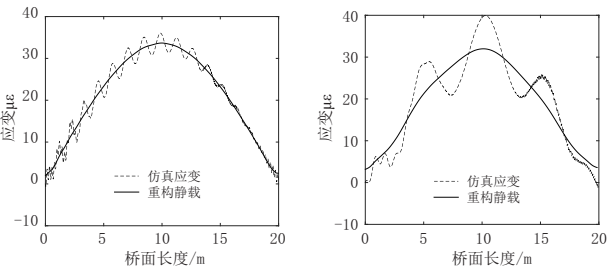


图 3 桥梁横断面布置图(单位:cm)

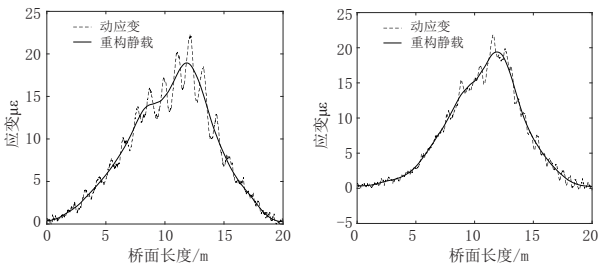
首先,通过振动传感器、动态信号测试分析系统和计算机采集并记录桥梁的自由振动响应,得到本例桥梁的振动基频为 7.52 Hz。然后,对该桥进行无障碍跑车试验,车重为 350.3 kN,车辆与桥轴线同向行驶,以 5、20、30、40 km/h 的车速过桥,在第 2 跨中部位位置布置动应变传感器。

同时在 ANSYS 中根据实例桥梁资料建立 20 m 空心板单梁模型,材料采用 C50,使用本文方法对动应变时程曲线进行分析,其重构静载曲线如图 4、图 5 所示,具体分析结果汇总于表 3 和表 4。

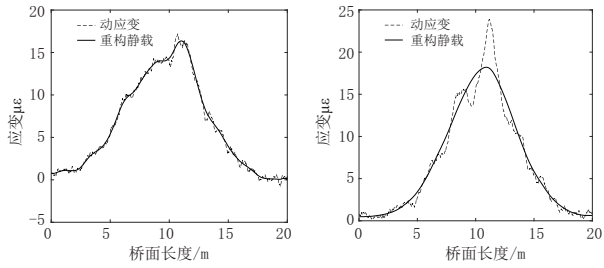


(a)车速为 5 km/h 时 VMD 结果 (b)车速为 20 km/h 时 VMD 结果 (c)车速为 30 km/h 时 VMD 结果 (d)车速为 40 km/h 时 VMD 结果

图 5 ANSYS 计算动载时程曲线 VMD 分解结果



(a)车速为 5 km/h 时 VMD 结果 (b)车速为 20 km/h 时 VMD 结果



(c)车速为 30 km/h 时 VMD 结果 (d)车速为 40 km/h 时 VMD 结果

图 4 实例动载时程曲线 VMD 分解结果

根据文献[14]计算本例桥梁理论基频 4.26 Hz,根据规范《公路桥涵设计通用规范》(JTG D60—2015)中冲击系数公式:

$$\mu = 0.1767 \ln f - 0.0157 \tag{11}$$

表3 实例重构静载时程曲线冲击系数计算结果

行车速度/(km·h ⁻¹)	$Y_{dmax}(\mu\varepsilon)$	$Y_{jmax}(\mu\varepsilon)$	$1+\mu$
5	22.30	18.94	1.177
20	21.80	19.39	1.124
30	17.20	16.36	1.051
40	23.90	18.20	1.313

表4 ANSYS 计算重构静载时程曲线冲击系数计算结果

行车速度/(km·h ⁻¹)	$Y_{dmax}(\mu\varepsilon)$	$Y_{jmax}(\mu\varepsilon)$	$1+\mu$
5	36.06	33.7	1.07
20	39.95	32.05	1.246
30	39.56	32.44	1.219
40	44.71	37.82	1.182

实测频率对应冲击系数 0.341,理论频率对应冲击系数 0.240。

从图 4、5 可以看出,对实例分析得到的重构静载时程曲线与实测的动应变曲线拟合较好,并没有出现端部效应,且曲线比较光滑,并没有出现突变。

表 4 得到的仿真重构计算冲击系数 $\mu=0.07\sim0.246$,最大值接近规范计算 0.24,说明仿真重构静载时程曲线计算结果可靠,表 3 实测重构计算冲击系数均小于 0.341,说明跑车情况下桥梁动力响应状态良好。

6 结 论

根据上文研究,可以得到以下结论。

(1)VMD 法能有效分解车辆过桥引起的桥梁振动响应曲线,将其分解为准静态位移和振荡信号,然后根据 IMF 曲线,重构准静态分量,为后续的冲击系数计算提供基础。

(2)仿真分析和实例证明,在车辆低速情况下,文中 VMD 法提取静载时程曲线拟合度高,同时该方法简单可行,精度满足需要。

综上所述,变分模态分解法是分析处理简支梁桥

准静态响应的有效手段,可为桥梁健康状态评定提供重要参考。

参考文献:

[1] 周勇军,薛宇欣,李冉冉,等.桥梁冲击系数理论研究和应用进展[J].中国公路学报,2021,34(4):31-50.

[2] Liu C G, Wang Z L, Gao Q F. Nonstructural Influence Factors of Dynamic Load Allowance for Concrete Beam Bridges[J].KSCE Journal of Civil Engineering, 2019,23(5):2293-2302.

[3] 李伟钊,张巍,王宗林,等.一种基于低通滤波的公路简支梁桥实测冲击系数计算方法[J].振动与冲击,2012,31(20):46-50.

[4] 刘晨光,张连振,高庆飞.基于幅值谱比对滤波的梁式桥实测冲击系数计算方法[J].科学技术与工程,2020,20(4):1645-1650.

[5] 张利宁.统计方法分析桥梁冲击系数的研究[J].公路交通科技,2004,21(5):67-69.

[6] 王宁波,周逸,周德.基于实际影响线的移动车辆过桥动力放大系数计算方法[J].中南大学学报(自然科学版),2020,51(7):1853-1861.

[7] 张建伟,侯鸽,华薇薇,等.基于 VMD-HHT 边际谱的水工结构损伤诊断[J].振动.测试与诊断,2018,38(4):852-858.

[8] 于晓东,潘罗平,安学利.基于 VMD 和排列熵的水轮机压力脉动信号去噪算法[J].水力发电学报,2017,36(8):78-85.

[9] 彭亚雄,刘广进,苏莹,等.基于变分模态分解算法的隧道爆破振动信号光滑降噪模型[J].振动与冲击,2021,40(24):173-179.

[10] JTG/T J21-01—2015,公路桥梁荷载试验规程[S].

[11] 周勇军,蔡军哲,石雄伟,等.基于加权法的桥梁冲击系数计算方法[J].交通运输工程学报,2013,13(4):29-36.

[12] 耿泽.基于车桥耦合分析的桥梁动力参数精细化识别方法研究[D].西安:长安大学,2016.

[13] Konstantin Dragomiretskiy, Dominique Zosso. Variational Mode Decomposition[J].IEEE Trans. Signal Processing, 2014,62(3):531-544.

[14] 宋一凡.公路桥梁动力学[M].北京:人民交通出版社,2000.

[15] GB/T 7031—2005,机械振动道路路面谱测量数据报告[S].

[16] 刘献栋,邓志党,高峰.公路路面不平度的数值模拟方法研究[J].北京航空航天大学学报,2003,29(9):843-846.

[17] 宋一凡,陈榕峰.基于路面平整度的车辆振动响应分析方法[J].交通运输工程学报,2007,7(4):39-43.

《城市道桥与防洪》杂志

是您合作的伙伴,为您提供平台,携手共同发展!

欢迎新老读者订阅期刊 欢迎新老客户刊登广告

投稿网站: <http://www.csdqyfh.com> 电话:021-55008850 联系邮箱: cdq@smedi.com