

岩质边坡稳定性 SVM 预测模型的新型核函数应用

马家林¹,李万林¹,程 洋¹,张 肇²

(1.仪征市水利工程总队,江苏 扬州 211400; 2.南京市水利规划设计院股份有限公司,江苏 南京 212000)

摘要:导致岩体破坏的影响因素复杂多样,一般分为几何因素和物理因素。目前针对均质体的岩质边坡物理参数取值方面的研究较多,而关于改进的二折线岩质边坡模型的影响因素分析还处于起步阶段,且寻找能够解决各因素之间非线性关系的分析方法是十分必要的。基于二折线边坡计算模型,引入能够解决高维非线性问题的支持向量机方法,通过重要参数的敏感性分析,提出一种新型的综合核函数,论证该方法在岩质边坡稳定性预测分析中的可行性。通过各因素的敏感性分析可知,关于边坡的几何因素,采用 RBF 核函数所建预测模型精度较高,Sigmoid 核函数适用性较差;关于边坡的物理力学因素,采用 Linear 核函数所建预测模型精度较高,Polynomial 核函数和 Sigmoid 核函数适用性较差。经核函数矩阵组合得到一种新型综合核函数,并与 4 种常规核函数进行预测效果对比,结果表明,采用新型综合核函数所得岩质边坡稳定性预测精度最高,绝对误差不超过 0.010 3,相对误差不超过 2.83%。研究结论可为岩质边坡稳定性分析提供一种新思路。

关键词:岩质边坡;安全系数;预测模型;核函数;敏感性分析

中图分类号: TV223.2¹; TU452

文献标志码: A

文章编号: 1009-7716(2024)03-0193-06

0 引言

随着我国经济的快速发展,交通、采矿、水利等行业的大型基建工程越来越多,岩质边坡工程也逐渐被相关专家所关注^[1]。面对频频发生的边坡失稳事故,国家每年都会投入大量的精力来进行边坡失稳研究与防治。其中,对岩质边坡稳定性进行可靠的预报是非常必要的^[2-3]。在实际岩质边坡工程分析中,影响岩体稳定性的因素非常多,包括确定性因素和不确定性因素。因素的不确定性是研究工作的难点^[4]。因此,采用模糊或概率论相关方法来预测岩体的稳定性是一个研究新方向^[5-7]。鉴于岩体的力学参数之间与本构模型都存在复杂的非线性关系,郑颖人等^[8]指出:想要改善这个问题,要么从改进经典力学的方向来使之适应岩体的特性,要么从改变思维的方向来建立适合岩体特性的理论知识,而且后者应给予足够的重视。自此,数值计算结合智能化算法预测分析开始在岩土行业流行起来。在建立的众多

预测模型中,主要分为有公式的确定性模型、大数据分析模型和非线性黑箱模型^[9-10]。确定性模型通常被定义为利用明确数学表达式建立影响因素与目标变量之间关系的数学模型,主要有斋藤法、图解法等。基于斋藤法常见的扩展模型有富有预报法、HOCK 法等。该类模型受限于公式中参数选用,预测误差较大。图解法可以较好地模拟分析边坡的稳定变化情况,但计算工作量太大^[11]。统计模型通常被定义为利用观测值的统计规律建立影响因素与目标变量之间关系的数学模型,常见有时间序列分析模型、回归分析模型、灰色预测模型等。大数据分析模型的预测精度与检测数据的数量和时间序列关系非常密切,只要有足够的分析数据,预测精度就会很高^[12]。虽然其理论方面研究比较成熟,但是此类预测模型的建模过程较复杂,且许多控制参数由人为设置,会对模型预测精度造成一定影响。另外,统计预测模型对样本数据的产生环境要求非常高,需要与模型设置环境保持一致。因此,该模型的泛化性能受到了较大约束,通常只能对简单边坡的某个分析阶段进行预测。非线性模型通常被定义为利用多因素、多层次、多阶段的非线性理论建立影响因素与目标变量之间关系的学习模型,应用较多的有人工神经网络模型、遗传规划模型、支持向量机模型等^[13-15]。其中,以概率论理论为基础发展起来的支持向量机(SVM)受到特别关注。该方法的核心控制

收稿日期: 2023-09-02

基金项目:国家重点研发计划(2021YFB2600704);水工结构服役安全与性能提升创新团队(Y417015)

作者简介:马家林(1986—),男,本科,工程师,从事水利工程管理及施工方向工作。

通信作者:张肇(1987—),女,博士,高级工程师,从事水利设计及科研工作。电子信箱:375047833@qq.com

参数为核函数,它可以在有限个少量样本的情况下降维处理复杂的非线性关系,从而快速预测出目标结果。目前,在基于支持向量机方法的岩质边坡稳定性分析中,核函数的选用问题还没有得到较好的解决。

研究发现,文本数据分类、岩爆预测优选采用径向基核函数的预测模型,精确度能够保证在85%以上^[16-17];图像辨认、物体搜索等方面优选采用多项式核函数的结果较好^[18]。而面对复杂的岩质边坡稳定分析特点,常见的核函数已经不能较好地满足其高维的映射要求。因此,研究一种适用于岩质边坡稳定性分析的新型核函数显得尤为重要,是支持向量机方法向岩土工程领域推广的关键。本文提出一种新型综合核函数,从数学角度证明其正确性,然后再通过边坡稳定影响因素与核函数的敏感性分析,明确其综合核函数表达式中关键参数选择矩阵,并应用于实际工程中。具体敏感性分析采用BIM技术建立二折线边坡计算模型计算边坡安全系数,进一步设计生成由影响因素与安全系数组成的预测样本,构建支持向量机预测模型分别对边坡影响因素进行核函数的适用性分析,明确选择矩阵表达式,通过检验样本对比常规核函数,论证该综合核函数在处理岩质边坡稳定方面的优越性。

1 综合核函数公式与物理意义

1.1 核函数介绍

作为支持向量机方法的重要参数之一,核函数是降低复杂多维问题的主要手段。在不同专业应用研究中发现,满足Mercer条件的核函数形式多种多样,且各自适用的问题分类也不固定。应用较为广泛的核函数形式主要有以下四类。

(1) 线性核函数:

$$K(x, x_i) = x \cdot x_i$$

(2) 多项式核函数:

$$K(x, x_i) = (\langle x \cdot x_i \rangle + 1)^q$$

(3) 径向核函数:

$$K(x, x_i) = \exp\left(-\frac{\|x - x_i\|^2}{\sigma^2}\right)$$

(4) Sigmoid核函数:

$$K(x, x_i) = \tanh(v \langle x \cdot x_i \rangle + c)$$

1.2 综合核函数公式

综合核函数[式(1)]是将常见的核函数按照某种选择矩阵顺序应用于同一个预测模型中,使得在分

析多因素问题中解决不同因素适用不同核函数的相互协调问题。式(1)也可展开写成式(4)的形式。由此可见,确定综合核函数的关键在于确定式(1)中的选择矩阵[式(2)]。此矩阵可根据影响因素与核函数的敏感性分析确定。

$$K_{\text{综合}}(\vec{x} \cdot \vec{x}) = p \cdot K(\vec{x} \cdot \vec{x}) \quad (1)$$

$$p = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & & & \vdots \\ p_{31} & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & \cdots & \cdots & \cdots & p_{mn} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$K(\vec{x} \cdot \vec{x}) = [K_1(\vec{x}_1 \cdot \vec{x}) \ K_2(\vec{x}_2 \cdot \vec{x}) \ K_3(\vec{x}_3 \cdot \vec{x}) \ K_4(\vec{x}_4 \cdot \vec{x})] \quad (3)$$

式中: P 为一个 $m \times n$ 阶的选择矩阵; p_{mn} 为0、1判断函数; $K(\vec{x} \cdot \vec{x})$ 为四种常见核函数所组成一个行向量。

$$K_{\text{综合}}(\vec{x}_i \cdot \vec{x}) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n p_{ji} K_j(\vec{x}_i \cdot \vec{x}) \quad (4)$$

1.3 公式数学证明

支持向量机方法的理论溯源是Mercer定理,因此该方法是一种基于数理统计原理的可解决复杂非线性问题的方法。数学上把满足Mercer条件的函数称为核函数,故可从Mercer定理入手,证明本文所提的综合核函数为真核函数。

Mercer定理:令 X 是 R_n 上的一个紧集, $K(x, z)$ 是 $X \times X$ 上的连续实值对称函数,即正定 $K(x, z)$ 为Mercer核函数,且存在积分算子 T_K 半正定。

证明综合核函数公式前,先定义如下算子和函数:

(1) 积分算子 T_K 。在Hilbert空间 $L_2(x)$ 上有如下积分算子:

$$T_K f = T_K f(\cdot) = \int_X K(\cdot, z) f(z) dz, \forall f \in L_2(x) \quad (5)$$

(2) 特征值及特征函数。联合考虑式(5),定义 λ 为它的特征值, φ 为相应的特征函数:

$$T_K \varphi = \lambda \varphi \quad (6)$$

(3) 半正定性。如果 $\forall f \in L_2(x)$,则有:

$$\int_{X \times X} K(x, z) f(x) f(z) dx dz \geq 0 \quad (7)$$

(4) 映射函数。对于半正定的积分算子 T_K ,则存在有限个非负特征值 λ_i 和互相正交的单位特征函数 $\varphi_i(x)$,即有如下映射关系:

$$\Phi: x \rightarrow \Phi(x) = (\sqrt{\lambda_1} \varphi_1(x), \sqrt{\lambda_2} \varphi_2(x), \dots)^T \quad (8)$$

证明:

$K(x, z)$ 可表示为 $X \times X$ 上的一致收敛级数,如下所示:

$$K(x, z) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \varphi_i(x) \varphi_i(z) \quad (9)$$

其中

$$\lambda_i > 0, \varphi_i \in L_2(x)$$

$\forall X \in R^n$ 到 $L_2(x)$ 的映射,使得:

$$K(x, z) = (\Phi(x) \cdot \Phi(x)), x, z \in X \quad (10)$$

满足半正定条件:

$$\int_{X \times X} K(x, z) f(x) f(z) dx dz \geq 0, \forall f \in L_2(x) \quad (11)$$

可知 $K(x, z)$ 为正定函数, $\forall x_1, x_2, \dots, x_l \in X$ 令 K_1 和 K_2 分别是关于 x_1, x_2, \dots, x_l 的 Gram 矩阵, 即 $\forall \alpha \in R^l$, 有

$$\alpha^T (K_1 + K_2) \alpha = \alpha^T K_1 \alpha + \alpha^T K_2 \alpha \geq 0 \quad (12)$$

即证明 $K_1 + K_2$ 是半正定的, 故有

$$K_{\text{综合}}(x, z) = K_1(x, z) + K_2(x, z) \quad (13)$$

由此可知:由两个核函数相加所得的, $K_{\text{综合}}(x, z)$ 为正定函数。由 Mercer 定理可知, 该函数为一种 Mercer 核函数。同理, 本文提出的由四种核函数累加也为一种 Mercer 核函数。

2 岩质边坡稳定性预测模型研究

2.1 预测模型样本构建

鉴于沿滑动面破坏的这类边坡的稳定性影响因素主要为边坡岩体、滑动面的材料参数和边坡几何形态参数, 考虑二折线数值模型(见图 1)结构特点, 在建立天然边坡稳定性预测模型时, 将岩体内结构面的相关几何指标和物理力学指标作为样本内容。具体可确定模型样本内容为边坡高度 H 、潜在滑块高度 h 、后缘滑动面倾角 α_1 、底滑动面倾角 α_2 、边坡坡角 α_3 、后缘滑动面黏聚力 c_1 、底滑动面黏聚力 c_2 、后缘滑动面摩擦角 φ_1 、底滑动面摩擦角 φ_2 和潜在滑块面积 A , 共 10 个边坡稳定的影响因素。基于常见岩质边坡参数取值, 在其取值范围的基础上扩大 10%, 作为待生成样本的分析范围(见表 1)。根据上述 10 个分析因素选用正交表 L50(511)进行样本设计。并通过有限元数值计算软件和编程语言, 协助得到各样本因素对应结果数据。

2.2 几何因素的核函数敏感性分析

2.2.1 几何因素选取原则

基于 6 个几何因素的变化特点, 可将其依据一定的转化原则缩减为 4 个因素。利用这 4 个因素与 4

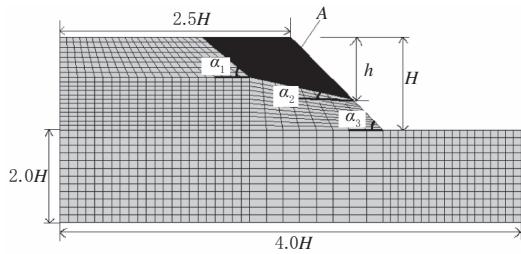


图 1 二折线边坡数值计算模型

表 1 岩质边坡预测模型样本分析范围

变量	H/m	h/m	$\alpha_1/(^\circ)$	$\alpha_2/(^\circ)$	$\alpha_3/(^\circ)$
变化范围	20~650	$H \times (0.3~0.7)$	$\alpha_2 + (15~35)$	10~30	30~60
变量	c_1/MPa	$\varphi_1/(^\circ)$	c_2/MPa	$\varphi_2/(^\circ)$	A/m^2
变化范围	0.01~0.1	10~25	0.01~0.1	10~25	$h \times (0.5~1.5)$

种核函数的规律性分析来体现原定的 6 个因素与核函数之间的关系。相关转化原则为:

(1) 假设边坡高度 H 的数值在实际工程中大于潜在滑动体的高度 h , 并且在滑动面倾斜角不变的情况下, 潜在滑动体的剖面面积 A 的变化趋势与 h 成正比, 故可将 H, h, A 对各核函数的敏感性分析转化为比率 r 对各核函数的敏感性分析, $r=h/H, r \in (0~1)$ 。

(2) 假设后缘滑面倾角陡于底滑面。根据两个结构面所切割的潜在滑动体几何形状, 当后缘滑动面倾角大于底滑动面倾角时, 潜在滑动体才会出现滑动的可能。因此, 两倾斜角的研究范围为 $\alpha_1 \in (\alpha_2 \sim 90^\circ), \alpha_2 \in (0^\circ \sim \alpha_1)$, 坡角 α_3 取值范围同 α_1 。

2.2.2 几何因素敏感性分析

在上述几何因素与核函数对应分析(见图 2)中, RBF 核函数均能很好地对滑动体高度与边坡高度的比值 r 、后缘滑动面倾角 α_1 、底滑动面夹角 α_2 、坡面夹角 α_3 因素进行降维分析。预测精度均与预测样本较为接近, 相应预测绝对误差最大分别为 0.49、0.02、0.53、0.01。依据 Sigmoid 核函数建立的预测模型在整个分析过程中都呈现出较大的误差。

2.3 物理力学因素的核函数敏感性分析

参考岩质边坡工程中常见的岩块岩屑型和夹泥型的参数范围, 确定二折线模型中两个软弱结构面 $c_1, c_2 \in (0.02 \sim 0.1 \text{ MPa}), \varphi_1, \varphi_2 \in (14^\circ \sim 25^\circ)$ 。在上述物理力学因素与核函数对应分析(见图 3)中, Sigmoid 核函数均能很好地对后缘滑动面的黏聚力 c_1 、后缘滑动面的内摩擦角 φ_1 因素进行降维分析, 其预测绝对误差最大分别为 0.06、0.01; Linear 核函数均能很好地对底滑面的黏聚力 c_2 、底滑面的内摩擦角 φ_2 因

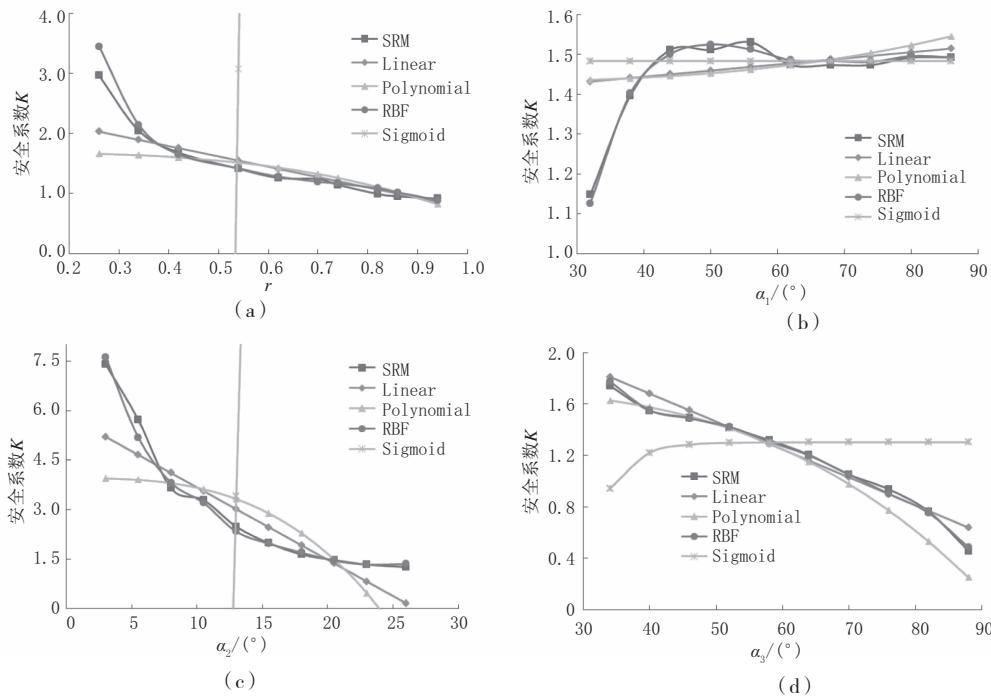


图2 几何因素与核函数的敏感性分析曲线

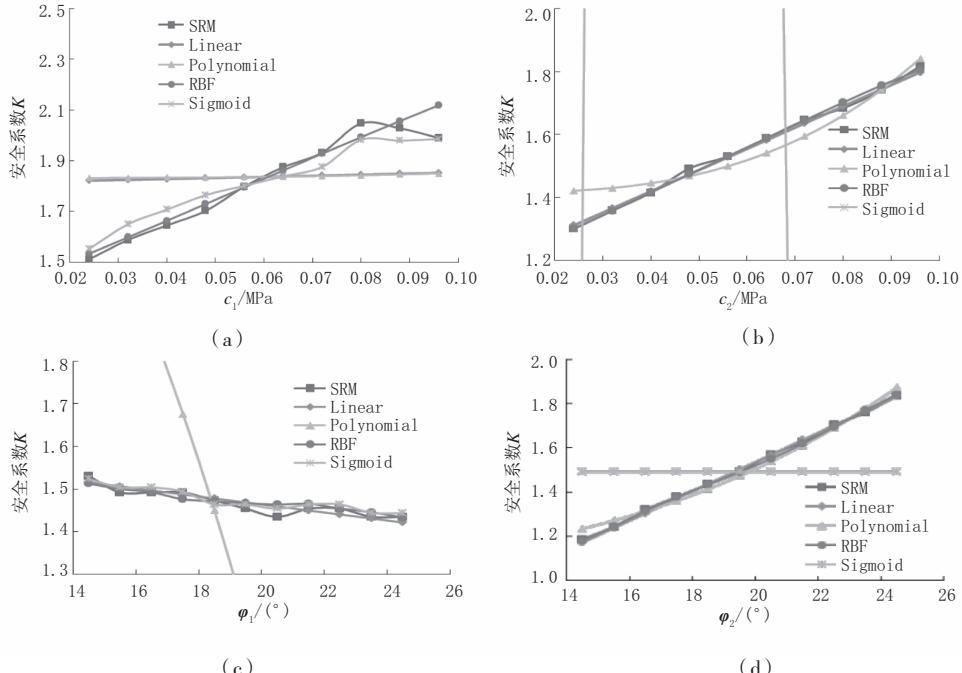


图3 物理力学因素与核函数的敏感性分析曲线

素进行降维分析,其预测绝对误差最大分别为 0.02、0.01。

3 构建岩质边坡稳定性预测模型适用综合核函数

通过核函数敏感性分析发现,在岩质边坡稳定性分析的众多影响因素中,核函数的种类与分析因素的种类存在着某种对应关系,某一个核函数已经不能体现岩质边坡稳定的非线性因果关系。本文分析了影响岩质边坡稳定性的 10 个影响因素,即 $n=10$,并针对

4 种常见的核函数做了相应的敏感性分析,找出了每个因素适应的最佳核函数,即 $m=4$,统计结果见表 2。根据统计结果,可构建一种新型的综合核函数及相应的选择矩阵为 $P_{n \times m}$,见式(14)、式(15)。

$$K_{\text{综合}}(\vec{x} \cdot \vec{x}) = P_{\text{天然}} \cdot K(\vec{x} \cdot \vec{x}) \quad (14)$$

$$P_{\text{天然}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

表2 天然边坡预测模型样本对应最佳核函数统计

核函数	编号 m	$H(n=1)$	$h(n=2)$	$\alpha_1(n=3)$	$\alpha_2(n=4)$	$\alpha_3(n=5)$	$A(n=6)$	$c_1(n=7)$	$\varphi_1(n=8)$	$c_2(n=9)$	$\varphi_2(n=10)$
Linear	1									✓	✓
Polynomial	2										
RBF	3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓			
Sigmoid	4							✓	✓		

4 预测模型应用

4.1 岩质边坡预测模型构建

鉴于核函数的敏感性分析结果,可构建基于支持向量机方法且专门用来预测岩质边坡天然阶段安全系数的预测模型。结合支持向量机方法对样本数量不敏感的特点,从表2中随机选取40组样本作为构建预测模型的学习样本,其余10组作为检验样本。预测模型具体公式如下:

$$f(\vec{X}) = \sum_{i=1}^6 \alpha_i^* K_3(\vec{X}_i \cdot \vec{X}) + \sum_{i=7}^8 \alpha_i^* K_4(\vec{X}_i \cdot \vec{X}) + \sum_{i=9}^{10} \alpha_i^* K_1(\vec{X}_i \cdot \vec{X}) + b^* \quad (16)$$

式中: α_i^* 为被选中的支持向量; b^* 为分类阈值。

4.2 预测精度检验

采用同一组样本分别基于4种不同单一核函数构建预测模型,其预测结果与采用综合核函数的结果进行对比,详见图4。可知,以上5种预测模型中,采用综合核函数建立的预测模型预测结果收敛性最好且稳定,与检验样本已知结果最为接近,且没有出现个别变异情况。为更直观地了解预测结果的精度范围,对采用综合核函数建立的预测模型预测结果进行了精确的误差分析,详见表3。其预测结果的最大绝对误差仅为0.0103,最大相对误差仅为2.83%。

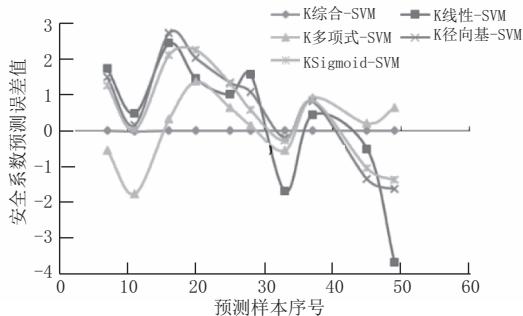


图4 天然边坡预测模型预测精度分析

4.3 工程应用

某工程右岸边坡,经相关勘探工作,发现断层 f_1 向上游侧发展,并且与断层 f_2 相连。该区岩性主要为微红色黑云二长花岗岩,微新、无卸荷,属Ⅱ类岩体。

表3 天然边坡安全系数预测模型的相关误差分析

原样本序号	计算值 K	预测值 k	绝对误差	相对误差 /%
7	2.271 1	2.281 1	0.010 0	0.44
11	3.490 8	3.480 8	0.010 0	0.29
16	1.411 7	1.421 7	0.010 0	0.71
20	0.346 1	0.355 9	0.009 8	2.83
25	1.085 2	1.095 3	0.010 1	0.93
28	1.583 6	1.593 7	0.010 1	0.64
33	2.271 1	2.280 9	0.009 8	0.43
37	0.793 0	0.803 3	0.010 3	1.30
45	1.514 8	1.524 4	0.009 6	0.63
49	1.068 0	1.078 1	0.010 1	0.95

发育有 β_1 、 β_2 、 β_3 、 β_4 、 β_5 、 β_6 等辉绿岩脉,导致右岸边坡中一些不稳定块体的潜在滑动面强度降低。图5为右岸边坡剖面示意图,是岩质高边坡沿滑动面破坏类型中的典型代表剖面,边坡总体高达600 m。并可明显地看出此断面主要存在两个潜在滑动面 P_1 和 P_2 。一旦边坡发生破坏,很有可能就是沿这两个潜在滑动面之一滑动产生。因此,此类断面的安全稳定性分析重点应放在这两个潜在滑动面上。根据以上典型断面的可能破坏特征,可概化成本文提出的二折线边坡数值模型之后,采用本文提出的预测模型进行安全稳定性分析,概化模型样本详见表4。经过用时仅为0.083 3 s的预测过程后,即可得到概化模型1的安全系数为2.636,经过0.067 6 s可得到概化模型2的安全系数为1.832。综合分析可知,该剖面在天然状态下是稳定的,且与实际情况相符。

5 结语

(1)从岩质边坡的几何指标敏感性分析过程可知:依据RBF核函数建立的预测模型能够较好地适应对岩质边坡的4个几何因素的因素分析,其相关的敏感性分析结果最为稳定。针对岩质边坡的几何因素分析中,建议避开Sigmoid核函数建立预测模型。

(2)从岩质边坡的物理力学指标敏感性分析过程可知:依据Polynomial核函数和Sigmoid核函数建

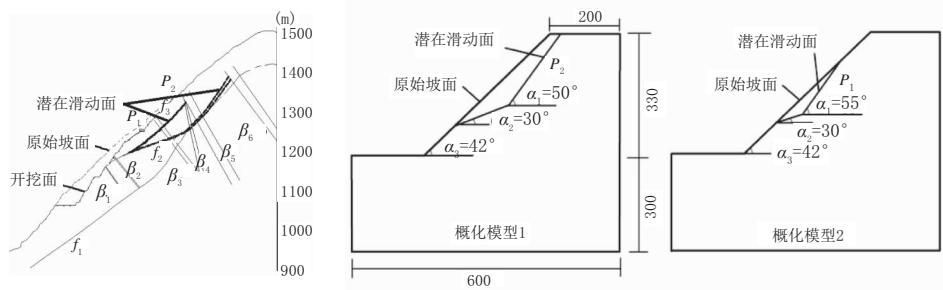


图 5 右岸边坡剖面及概化模型示意图

表 4 概化模型对应预测样本

概化模型	H/m	h/m	$\alpha_1/(^\circ)$	$\alpha_2/(^\circ)$	$\alpha_3/(^\circ)$	A/m^2	c_1/MPa	$\varphi_1/(^\circ)$	c_2/MPa	$\varphi_2/(^\circ)$
1	450	330	50	30	42	31 384.1	0.05	19.3	0.09	25.2
2	450	150	55	30	42	10 567.6	0.02	16.7	0.09	25.2

立的预测模型分别在后缘滑动面和底滑动面参数分析中出现较大波动，其相关敏感性的分析结果偏差太大。因此，建议后缘滑动面参数分析中应避开 Polynomial 核函数建立预测模型，底滑动面参数分析中应避开 Sigmoid 核函数。

(3) 所得新型综合核函数在岩质边坡非开挖阶段稳定性预测方面已获得初步应用，后期在类似工程应用中还应根据实际边坡的地形地质情况，适当调整选用的样本内容。实践表明，每一种分析方法都有自己独有的优点和缺点，不可能出现某一种方法能完全取代其他某种方法的现象。因此，多学科交叉研究解决某一复杂问题是研究分析方法必然的发展方向。

参考文献：

- [1] 高丙丽,李铎,李朗,等.基于坐标投影法岩质边坡块体稳定性分析及其可视化研究[J].岩土力学,2022,43(1):181–194.
- [2] 许强.对滑坡监测预警相关问题的认识与思考[J].工程地质学报,2020,28(2):360–374.
- [3] 杨海燕,李建强.岩质边坡块体稳定分析强度指标的获取与应用[J].水利规划与设计,2021(8):106–112.
- [4] 蔡俊超.反倾岩质边坡柔性弯曲型倾倒变形全过程力学行为及稳定性研究[D].成都:成都理工大学,2020.
- [5] 杨雅萍,张文莲,孙晓云.基于改进蝙蝠算法优化广义回归神经网络的岩质边坡稳定性预测[J].科学技术与工程,2021,21(20):8719–8726.
- [6] 牛鹏飞,周爱红.基于 PCA 和 BP 神经网络的中南公路岩质边坡稳定性预测[J].防灾科技学院学报,2020,22(1):10–16.
- [7] 戴妙林,届佳乐,刘晓青,等.基于 GA-BP 算法的岩质边坡稳定性和加固效应预测模型及其应用研究[J].水利水电技术,2018,49(5):165–171.
- [8] 郑颖人,向钰周,高红.岩土类摩擦材料空间 Mohr 应力圆与强度准则[J].岩石力学与工程学报,2016,35(6):1081–1089.
- [9] 张杨杨,隋天雨,裴俊,等.人工神经网络技术及其在岩土工程领域的应用[J].科技创新与生产力,2021(3):62–64,69.
- [10] 袁颖,宁志杰,周爱红,等.岩质边坡稳定性预测模型的评价指标处理方法研究[J].自然灾害学报,2020,29(5):150–160.
- [11] 李云.一种估算粘性土抗剪强度参数的统计模型[J].四川地质学报,2018,38(4):638–643.
- [12] 赵云阁,黄麟淇,李夕兵.岩石损伤强度及峰值强度前后阶段的声发射识别[J].岩土工程学报,2022,44(10):1908–1916.
- [13] 张云雁.基于 GS-SVM 的边坡稳定性预测模型[J].水利水电技术,2020,51(11):205–209.
- [14] 黎玺克.遗传算法优化 BP 神经网络的岩质边坡稳定性预测[J].河北工业科技,2020,37(3):164–169.
- [15] 柴源.基于 SVM 的书目数据自动分类设计与应用研究[J].黑龙江科学,2021,12(24):18–21.
- [16] 文大鹏,梁西银,苏茂根,等.激光诱导击穿光谱技术结合 PCA-PSO-SVM 对矿石分类识别[J].激光与光电子学进展,2021,58(23):191–199.
- [17] 全跃,岳瑶,李志厚,等.基于 PSO-SVM 算法和样本数据的岩爆预测参数敏感性分析[J].现代隧道技术,2021,58(S1):432–440.
- [18] 杜家昊,周晴,赵文杰.基于偏好型支持向量机的遥感图像云检测技术[J].计算机工程与设计,2022,43(5):1404–1411.

(上接第 184 页)

- [2] 陈沈,梁宝,徐静.检查井对市政道路产生的病害及其防治对策[J].中国市政工程,2014(2):95–97.
- [3] 宋蕾,曾晶,司义德.青岛市车行道检查井病害程度调查与改造措施[J].给水排水,2012,38(10):106–109.
- [4] 周进.车行道检查井的沉降规律及处治措施[D].重庆:重庆大学,2013.