

基于多尺度方法的纤维织物增强混凝土有效弹性模量预测

杨立君¹, 李 烨², 支鹏辉², 周国龙³

(1. 山东高速河南发展有限公司, 河南 郑州 450000; 2. 山东高速集团河南许禹公路有限公司, 河南 许昌 461000;

3. 山东高速集团河南许亳公路有限公司, 河南 周口 466000)

摘 要: 采用多尺度方法来预测纤维织物增强混凝土的有效弹性模量, 研究定制织物几何形状提升材料力学性能的途径, 并针对平纹织物复合材料的等效模量提出一种设计优化方法。建立的平纹织物复合材料有效弹性模量与纤维丝几何参数之间的解析关系, 可为该领域的结构设计提供新的优化策略。

关键词: 混凝土; 纤维编织物; 多尺度; 均匀化; 弹性模量

中图分类号: TU528.572

文献标志码: A

文章编号: 1009-7716(2025)07-0322-05

Prediction of Effective Elastic Modulus of Fiber Fabric-reinforced Concrete Based on Multi-scale Method

YANG Lijun¹, LI Ye², ZHI Penghui², ZHOU Guolong³

(1. Shandong Expressway Henan Development Co., Ltd., Zhengzhou 450000, China; 2. Shandong Expressway Group Henan Xuyu Highway Co., Ltd., Xuchang 461000, China; 3. Shandong Expressway Group Henan Xubo Highway Co., Ltd., Zhoukou 466000, China)

Abstract: The multi-scale method is used to predict the effective elastic modulus of fiber fabric-reinforced concrete. The approaches to improving the mechanical properties of materials by customizing the geometric shapes of fabrics are discussed. And a design optimization method for the equivalent modulus of plain weave fabric composites is proposed. The analytical relationship between the effective elastic modulus of plain weave fabric composites and the geometric parameters of fiber filaments established can provide the new optimization strategies for structural design in this field.

Keywords: concrete; fiber fabric; multi-scale; homogenization; elastic modulus

0 引 言

纤维网格增强混凝土(textile reinforced concrete, TRC)因其优越的力学性能和施工便捷性,在建筑和土木工程领域中得到了广泛应用^[1],特别是在提高结构抗裂性、韧性和耐久性方面表现出了独特的优势。弹性模量作为评估材料刚度和负载下变形能力的重要参数,在TRC的研究和应用中占据着核心地位。因此,准确预测TRC的弹性模量对于优化结构设计和保证工程安全具有重要意义^[2]。但是,由于纤维增强网格的非均质性和复杂性,使得现有的预测模型往往无法准确捕捉到其对混凝土弹性模量的

影响^[3-4]。因此,本文提出了一种基于纤维纱线几何形状的弹性模量预测方法,以提高预测的准确性。

玄武岩纤维混凝土(basalt fiber reinforced concrete, BFRC)是一种新型复合材料,通过将一定量的玄武岩纤维添加到混凝土中,可以有效提高混凝土的力学性能、耐久性能和耐火性能等^[5-6]。与传统钢筋混凝土相比,BFRC具有重量轻、耐久性好、抗震性能优异等优点^[7-8]。近年来,已有很多研究者采用机器学习和数值建模技术开发了纤维增强混凝土的工程模型^[9-10],他们通过3D建模和多尺度建模方法,研究了纤维含量、纤维弹性模量、骨料含量和水胶比对纤维增强混凝土弹性属性的影响;此外还采用Mori-Tanaka均质化算法和有限元方法来评估骨料属性和纤维增强混凝土的弹性常数,提供了一种比传统建模方法更为精确的预测方法^[11]。这一进展表明,通过先进的数值方法和机器学习技术,可以在减少实验成本的同时,提高纤维增强混凝土弹性模量

收稿日期: 2024-06-26

作者简介: 杨立君(1978—),男,学士,工程师,从事高速公路养护工程工作。

通信作者: 李烨(1990—),男,学士,工程师,从事高速公路养护工程工作。电子信箱: 960090109@qq.com

预测的准确性和可靠性。

Bilisik 等^[12]开发了多轴 3D 连续玄武岩和碳纤维增强混凝土,并对其基础力学性能进行了试验研究。研究发现,混凝土中的纤维布置和取向显著影响其承载能力、强度和能量吸收等性能。经鉴定,多轴 3D 纤维混凝土具有典型的应变硬化行为,而应变硬化行为会增加混凝土的能量吸收能力。由于多轴纤维取向,与双轴和单轴结构相比,四向玄武岩-碳纤维结构能表现出更好的能量吸收能力。由于复杂的开裂行为,TRC 的承载行为是高度非线性的。相互作用的多种影响使得大部分模型不能直接适用于板或壳结构等双轴加载的结构,3D 纺织品的使用不仅促进了 TRC 复合材料的制造过程,而且还影响了 TRC 的机械性能。

玄武岩纤维可做成织物,亦可做成片材,与碳纤维等相同的形式用于基础设施的更新、修复和加固上,特别是在有防火和耐高温要求的土木工程中,更能发挥其特长。在以复合材料筋增强混凝土的结构中,亦可以玄武岩筋代替碳纤维或玻纤,因为其特有的耐酸碱性能可能与混凝土有更好的相容性^[13]。

本文针对现有预测模型难以准确捕捉纤维增强网格对 TRC 弹性模量的影响这一问题,创新性地提出高精度的纤维增强混凝土弹性模量预测方法。该方法结合了纤维纱线的几何形状、3D 建模、多尺度建模以及先进的 Mori-Tanaka 均质化算法和有限元方法,不仅对于优化结构设计和提高工程安全性至关重要,也在减少实验成本和提高预测准确性、可靠性方面展现出了独特的价值。

1 平面织物的几何模型与性能

1.1 纤维纱线的几何描述

平纹织物复合材料是一种由交织的经纱和纬纱构成的增强织物与基质组合而成的纺织复合材料。这种材料的结构由其增强织物的交织模式决定,增强织物部分提供了必要的机械强度,而基质则负责维持结构的完整性并提供支持。典型的平纹织物通过其经纱和纬纱形成的独特波状周期图案(见图1),在很大程度上影响着复合材料的机械性能。

图2所示的代表性体积元素由纬纱、经纱和基质3部分组成,这三者的相互作用共同定义了复合材料的总体性能(图中 h_f 是纬纱垂直于织物的高度)。为了精确模拟纤维纱线的波状形态,本研究采纳了一

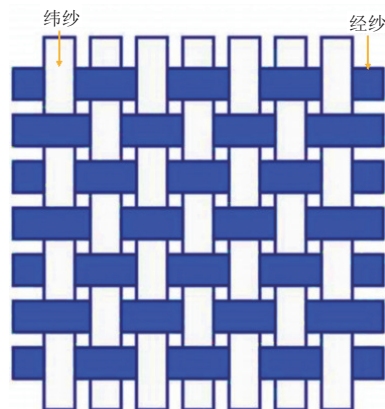


图1 平纹织物的图案示意图

种假设,即经纱和纬纱的布局均符合一种简单的三角波形模式。其核心在于假设每条纱线的中心线在垂直方向(即 z 轴方向)的位置可以通过一个简单的三角函数来表示。这样的假设不仅简化了纱线波状变化的模拟过程,也为后续的力学性能分析提供了一个清晰的几何基础。

三角波形模式的数学表达式为:

$$z(x) = \pm a \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \quad (1)$$

式中: a 为纱线波纹度振幅; l 为纱线波纹度波长, l 可以根据纤维纱线宽度 b 和相邻纤维纱线之间的距离 g 来计算。

若以下标 f 、 w 分别表示纬纱方向和经纱方向,则描述纬纱和经纱的几何参数 $z_f(x)$ 、 $z_w(y)$ 可用下式表达:

$$\begin{aligned} z_f(x) &= \pm a_f \cos\left(\frac{\pi x}{b_w + g_w}\right) \\ z_w(y) &= \pm a_w \cos\left(\frac{\pi y}{b_f + g_f}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

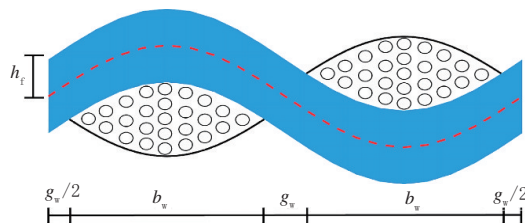


图2 代表性体积元

1.2 平纹复合材料的局部和全局纤维体积分数

在纺织复合材料中,需要在2个长度尺度上计算纤维体积分数:首先根据纱线中的纤维体积计算纱线内的纤维体积分数;然后根据复合材料中的纱线体积计算整个复合材料的纤维体积分数。后者可以定义为纱线横截面参数和单元中纱线路径的函数。根据式(2)定义的纱线配置,其横截面边界定义为:

$$s_{11}^t = \left[-\frac{a_f}{2} \sin\left(\frac{\pi g_f}{4(b_f + g_f)}\right) - \frac{a_f}{2} \right] \sin\left[\frac{\pi}{b_f} x - \frac{\pi(2b_f + g_f)}{2b_f}\right] - \frac{a_f}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi g_f}{2(b_f + g_f)}\right) + \frac{a_f}{2} \quad (3)$$

$$s_{11}^b = \left[-\frac{a_f}{2} \sin\left(\frac{\pi g_f}{2(b_f + g_f)}\right) - \frac{a_f}{2} \right] \sin\left[\frac{\pi}{b_f} x + \frac{\pi(2b_f + g_f)}{2b_f}\right] + \frac{a_f}{2} \sin\left(\frac{\pi g_f}{2(b_f + g_f)}\right) - \frac{a_f}{2}$$

$$s_{11}^t = \frac{a_f}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{b_f + g_f} x\right) + \frac{a_f}{2} \quad (4)$$

$$s_{12}^t = \frac{a_f}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{b_f + g_f} x\right) - \frac{a_f}{2}$$

式中:上标t、b分别表示纱线的上表面和下表面。因此,得到的填充纱截面面积 A_f 为:

$$A_f = \int_{g_f/2}^{(b_f + g_f)/2} (s_{11}^t - s_{11}^b) dy \quad (5)$$

另外,纬纱长度 L_t 和经纱长度 L_w 由文献[13]给出:

$$L_t = \int_0^{(b_w + g_w)/2} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} z_f(x)\right)^2} dx \quad (6)$$

$$L_w = \int_0^{(b_t + g_t)/2} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dy} z_w(y)\right)^2} dy$$

由于上述积分的不可求解,它的近似值由第二类不完全椭圆积分得到,即纱线长度 L 近似为:

$$L \approx \sqrt{l^2 + 4\pi^2 a^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(2n)!}{2^{2n} (n!)^2} \right] \frac{k^{2n}}{1 - 2n} \quad (7)$$

式中: n 为无穷级数的项数索引; k 为椭圆模量积分参数。

假设纱线复合材料的纬纱和经纱的纤维体积分数相同,则可直接求解纺织复合材料的整体纤维体积分 V_{meso} :

$$V_{\text{meso}} = \frac{\nu_w + \nu_f}{\nu_{\text{RVE}}} = \frac{\nu_w + \nu_f}{8(b_f + g_f)(b_w + g_w)(a_f + h_m)} \quad (8)$$

式中: $\nu_f = A_f L_f$; $\nu_w = A_w L_w$ 。

一旦计算出纤维束的体积分,即可应用微观力学模型来计算经纱和纬纱的属性。如果没有对织造结构的精确几何描述,就不能正确地计算出纤维

束的体积。

2 平纹织物复合材料的有效弹性模量理论

通过 Mori-Tanaka 模型估算两相复合材料的有效刚度。平纹织物复合材料的有效弹性张量 L^H 的最终表达式为:

$$L^H = L_1 + c_2(L_2 - L_1)A_2 \quad (9)$$

式中: L_1 为基体的刚度张量; L_2 为纤维的刚度张量; c_2 是材料的体积分; A_2 为纤维的应变集中张量, $A_2 = T_2^s \cdot [(1 - c_2)\mathbf{I} + c_2 T_2^s]^{-1}$, $T_2^s = [\mathbf{I} - S^s L_2^{-1}(L_1 - L_2)]^{-1}$ 。

考虑具有各向同性基体和具有椭圆截面的横向各向同性纤维纱的两相复合材料,则 S_2^s 的表达式为:

$$S_2^s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{33} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: $S_{22} = \frac{r_3}{r_2 + r_3}$, $S_{33} = \frac{r_2}{r_2 + r_3}$, r_2 和 r_3 为纱线横截面和厚度方向的半径。此处补充给出填充纱的计算公式: $r_2 = l/2 - g_f$, $r_3 = 2 \times \left[a_f - a_f \sin\left(\frac{\pi g_f}{l}\right) \right]$ 。

在式(9)中,各向同性矩阵的 L_1 与参考坐标系无关,而纤维纱线的 L_2 与方向有关。因此,在计算纱线的有效弹性性能时, L^H 需要考虑与取向相关的部分,其估计值的计算式为:

$$L^H \approx L_1 + c_2 \bar{L}_2 \quad (11)$$

式中: $\bar{L}_2$ 用于取所有可能方向的平均值。在本文中,通过假设纤维沿纱线的角度服从概率分布 $p(x)$ 来计算取向平均值,其计算公式如下:

$$\bar{L}_2 = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi L_2(\theta, \psi, \varphi) p(\theta, \psi, \varphi) d\theta d\psi d\varphi \quad (12)$$

式中: $p(\theta, \psi, \varphi)$ 表示每个转角分布的联合概率密度,当纤维纱线在三维空间中卷曲时,纤维的取向可以分别通过角 θ, ψ, φ 绕 x, y, z 轴进行三维旋转来描述。式(12)中的 L_2 可通过一系列坐标变换计算得出:

$$L_2(\theta, \psi, \varphi) = \mathbf{R}_e^T(\theta, \psi, \varphi) L^{(2)}(0, 0, 0) \mathbf{R}_e(\theta, \psi, \varphi) \quad (13)$$

式中: $\mathbf{R}_e$ 是变换矩阵,它反映坐标轴从一个到另一个的连续旋转,比如从局部到全局。由于坐标系(CS)的旋转,应力或应变发生变化。在矩阵形式中:

$$S_\sigma = \begin{bmatrix} Q_{11}^2 & Q_{12}^2 & Q_{13}^2 & 2Q_{12}Q_{13} & 2Q_{11}Q_{13} & 2Q_{11}Q_{12} \\ Q_{21}^2 & Q_{22}^2 & Q_{23}^2 & 2Q_{22}Q_{23} & 2Q_{21}Q_{23} & 2Q_{21}Q_{22} \\ Q_{31}^2 & Q_{32}^2 & Q_{33}^2 & 2Q_{32}Q_{33} & 2Q_{31}Q_{33} & 2Q_{31}Q_{32} \\ Q_{31}Q_{21} & Q_{32}Q_{22} & Q_{33}Q_{23} & Q_{32}Q_{23} + Q_{33}Q_{22} & Q_{33}Q_{21} + Q_{13}Q_{21} & Q_{31}Q_{22} + Q_{32}Q_{21} \\ Q_{31}Q_{11} & Q_{32}Q_{12} & Q_{33}Q_{13} & Q_{32}Q_{12} + Q_{33}Q_{13} & Q_{33}Q_{11} + Q_{31}Q_{13} & Q_{32}Q_{11} + Q_{31}Q_{12} \\ Q_{21}Q_{11} & Q_{32}Q_{12} & Q_{23}Q_{13} & Q_{23}Q_{12} + Q_{22}Q_{13} & Q_{23}Q_{11} + Q_{21}Q_{13} & Q_{11}Q_{22} + Q_{21}Q_{12} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \varphi - \sin \varphi \cos \theta \sin \psi & \cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \cos \theta \cos \psi & \sin \varphi \sin \theta \\ -\sin \varphi \cos \psi - \cos \varphi \cos \theta \sin \psi & -\sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \cos \theta \cos \psi & \cos \varphi \sin \theta \\ \sin \theta \sin \varphi & -\sin \theta \cos \varphi & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中: S_σ 为对剪切分量进行缩放的对角因子; Q 为旋转矩阵,通过 x, y, z 轴的旋转角度将局部坐标系旋转到全局坐标系。

对于波浪形纱线,在一个波长内,每个点的角度从起点到终点都是变化的。例如,纤维纱线在 $\theta = 0, \varphi = 0$ 平面上的夹角为:

$$\psi = \arctan \left[\frac{h_w \pi}{2(a_w + g_w)} \cos \left(\frac{\pi x}{a_w + g_w} \right) \right] \quad (16)$$

3 案例分析

可将玄武岩纤维网格增强混凝土看成为由混凝土、纱线组成的两相材料,其中纱线又可看成为由玄武岩纤维和树脂组成。将材料的基本参数代入上述的公式计算材料的等效弹性模量。首先根据玄武岩纤维纱线波长、相邻纱线间隙、纱线粗细、纤维体积分数等几何参数,由式(8)推导出纤维体积分数的解析式;然后代入公式(9)~(16),得到平纹编织纺织复合材料关于几何参数的有效材料性能的解析公式。

本文采用平织法的正交玄武岩纤维网格,网格的尺寸为 $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ (见图3),材料参数见表1至表3。采用以下几何参数: $l=0.025 \text{ mm}, h=0.004 \text{ mm}, g=0.051 \text{ mm}, a=0.002 \text{ mm}$,计算纺织复合材料的有效弹性性能。在文献[14]中,玄武岩纤维网格增强混凝土的拉伸开裂应力为 1.83 MPa ,拉伸开裂应变为 $48 \mu\text{m}/\text{m}$,由此可简单算得纤维网格增强混凝土的等效弹性模量为 38.13 GPa ;另外,根据原文的纱线在构件中的布置,可以计算得到纤维纱线在纤维纱线增强混凝土中的体积分数为 0.4% 。

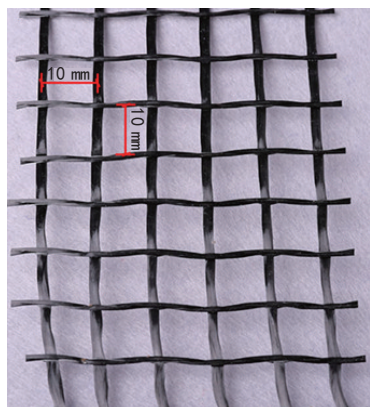


图3 纤维网格示意图

表1 纱线参数

材料参数	玄武岩纤维	树脂
轴向弹性模量/GPa	70	30
横向弹性模量/GPa	70	
轴向剪切模量/GPa	14	
横向剪切模量/GPa	9	
泊松比	0.25	0.19
体积分数	0.6	0.4

表2 混凝土材料参数

密度 $\rho_c /$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	弹性模量 E_c / GPa	泊松比 ν_c	抗压强度 f_c / MPa	最大粒径 d / mm	初始 损伤 p
2 500	40	0.19	40	10	0

表3 弹性模量数据比较

拉伸开裂应力/ MPa	拉伸开裂应变/ ($\mu\text{m} \cdot \text{m}^{-1}$)	弹性模量/ GPa	本文计算 模量/GPa
1.83	48	38.13	38.15

将所得结果与文献[15]的结果进行比较可知,对于有效模量而言,使用本文给出的式(9)估计的性能,推导出的等效属性 E_{xx}, E_{yy} 和 E_{zz} 分别为 $38.15, 38.13, 33.70 \text{ GPa}$ (见表3),与原文试验数据基本一致,误差控制在 5% 以内。说明本方法在计算纱线复合材料等效模量方面具有高度的准确性和广泛的适用性。

4 结 语

本文通过数值研究,对典型的玄武岩纤维增强混凝土纺织复合材料进行了深入分析,验证了所提出的多尺度方法在有效弹性模量预测中的可行性和高准确性。结合纤维纱线的几何形状、3D建模、多尺度建模方法,以及Mori-Tanaka均质化算法和有限元方法,成功建立了平纹织物复合材料有效弹性模量与纤维几何参数之间的解析关系。模型验证结果表明,所开发的预测方法能够精准反映纤维增强网格对混凝土弹性模量的影响,预测值与试验数据高度一致,显著优于现有的预测模型。研究成果不仅提升了纤维织物增强混凝土有效弹性模量的预测精度,还为优化纺织复合材料的设计提供了科学依据,促进了工程结构力学性能的提升和安全性的保障。

参考文献:

- [1] 荀勇,张勤.织物增强混凝土(TRC)加固技术研究进展[J].工业建筑,2008(201):986-992.
- [2] 赖宇,唐晓玲,李艳,等.复合材料理论预测堆石混凝土弹性模量

- [J].水利规划与设计,2023(3):144-148.
- [3] 赵延军,刘春太,李克华,等.三维取向短纤维增强复合材料弹性模量的计算[J].玻璃钢/复合材料,2007(4):14-17.
- [4] 任超,陈建钧,潘红良.随机短纤维增强复合材料弹性模量预测模型[J].复合材料学报,2012,29(4):191-194.
- [5] 段燕妮.玄武岩-聚丙烯纤维增强高性能混凝土性能试验研究[D].荆州:长江大学,2023.
- [6] 刘晓峰,张颖,阎述韬,等.玄武岩纤维增强复材约束的玄武岩纤维混凝土的力学性能[J].工业建筑,2021,51(1):187-193.
- [7] 吴智深,汪昕,史健喆.玄武岩纤维复合材料性能提升及其新型结构[J].工程力学,2020,37(5):1-14.
- [8] 贾明皓.玄武岩织物增强混凝土的力学行为及失效机理研究[D].无锡:江南大学,2023.
- [9] 范威.玄武岩纤维增强型混凝土板抗爆性能试验与数值模拟研究[D].武汉:武汉科技大学,2023.
- [10] 刘路路.玄武岩纤维束混凝土力学性能试验研究与数值模拟[D].郑州:郑州大学,2020.
- [11] 史金华.含玄武岩粗骨料超高性能混凝土的抗压强度和弹性模量[D].长沙:湖南大学,2020.
- [12] BILISIK K, OZDEMIR H Multiaxis three dimensiona l(3D) carbon and basalt preforms/cementitious matrix concretes: Experimental study on fiber orientation and placement by panel test [J]. Construction and Building Materials 2021(271): 121863.
- [13] 胡显奇,董国义,鄢宏.玄武岩纤维在建筑和基础设施中的应用[J].工业建筑,2004,34(增刊1):21-26.
- [14] ZHOU X Y, RUAN X, ZHANG S, *et al.* Design optimization for thermal conductivity of plain-woven textile composites[J], Composite Structure, 2020(255): 112830.
- [15] 张添奇.非正交网格玄武岩纤维编织网与混凝土的黏结性能研究[D].长春:吉林大学,2023.

《城市道桥与防洪》杂志

是您合作的伙伴,为您提供平台,携手共同发展!

欢迎新老读者订阅期刊 欢迎新老客户刊登广告

官方网址:<http://www.csdqyfh.com> 电话:021-55008850 联系邮箱:roadbridgeflood@163.com

