

考虑加劲肋影响的钢箱梁剪滞效应研究

张利维¹, 严晓平¹, 李 盛², 赵培培², 魏 哲²

(1. 宁夏公路管理中心, 宁夏 银川 750011; 2. 兰州交通大学 土木工程学院, 甘肃 兰州 730070)

摘 要: 以剪滞效应引起的变形作为广义位移, 将钢箱各翼缘板的加劲肋面积折算到相应板件上, 运用能量法建立了考虑加劲肋影响的钢箱梁剪滞效应微分方程和边界条件。以简支和悬臂的边界约束条件为例, 推导了在均布荷载作用下简支和悬臂钢箱梁的剪滞效应解析解, 并分析了考虑加劲肋影响的钢箱梁剪滞系数和挠曲线分布规律。研究表明: 在均布荷载作用下, 考虑加劲肋影响的钢箱梁剪滞解析解与有限元数值解吻合较好, 证明了研究方法的正确性; 在简支和悬臂约束条件下, 钢箱梁剪滞系数纵向分布规律较悬殊; 与初等梁挠度相比, 均布荷载作用下考虑剪滞影响的简支钢箱梁跨中截面的挠度差值比为4.18%, 悬臂钢箱梁自由端的挠度差值比为3.16%。

关键词: 带肋钢箱梁; 剪滞效应; 附近变形; 能量法; 边界约束

中图分类号: U448.213

文献标志码: A

文章编号: 1009-7716(2025)01-0091-05

Study on Shear Lag Effect of Steel Box Girders Considering Influence of Stiffening Ribs

ZHANG Liwei¹, YAN Xiaoping¹, LI Sheng², ZHAO Peipei², WEI Zhe²

(1. Ningxia Highway Management Center, Yinchuan 750011, China; 2. School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: Taking the deformation caused by shear lag effect as the generalized displacement, the stiffening rib area of each flange plate of the steel box is converted to the corresponding plate, and the energy method is used to establish a differential equation and boundary conditions of the shear lag effect of the steel box girder considering the influence of stiffening ribs. Taking the simple-supported and cantilever boundary constraints as the examples, the analytical solutions for the shear lag effect of simple-supported and cantilever steel box girders are derived under the uniformly distributed load, and the distribution law of shear lag coefficient and deflection curve of steel box girders considering the influence of stiffening ribs is analyzed. The research results indicate that the shear lag analytical solution of steel box girders considering the influence of stiffening ribs is in good agreement with the finite element numerical solution under the uniformly distributed load, which verifies the correctness of the research method. There is a significant difference in the longitudinal distribution rule of shear lag coefficients under the simple-supported and cantilever constraints. Compared with the deflection of elementary beams, the deflection difference ratio of the mid span section of simple-supported steel box girders considering the shear lag effect is 4.18% under the uniformly distributed load, and the deflection difference ratio of the free end of cantilever steel box girders is 3.16%.

Keywords: ribbed steel box girder; shear lag effect; nearby deformation; energy method; boundary constraints

0 引言

钢箱梁由于其优异的结构性能、良好的耐久性以及施工便捷性, 在桥梁工程中得到了广泛运用。薄壁在钢箱梁弯曲变形时会伴随产生剪滞效应, 即为箱梁翼缘板面内的剪切变形使截面正应力产生不均匀分布且结构变形增大的一种力学行为^[1-2], 故在

钢箱梁设计和计算时必须考虑这一空间效应^[3-5]。

Reissner^[6]首次应用能量变分法原理, 建立了双轴对称矩形截面梁剪滞解析解, 并分析了其对截面正应力和变形的影响。李夏元等^[7]从箱梁剪力流的分布规律出发, 提出了考虑全截面剪流影响的剪滞位移模式, 一定程度上提高了剪滞效应的解析精度。肖军等^[8]运用变分原理对比分析了各种剪滞位移函数对解析精度的影响, 并给出了箱梁上、下翼缘板的剪滞分布函数的合理形式。姜瑞娟等^[9]建立了波形钢腹板组合箱梁的剪滞解析解, 研究了波形腹板对

收稿日期: 2024-07-05

基金项目: 宁夏重点研发计划(2022BEG02056)

作者简介: 张利维(1986—), 男, 本科, 工程师, 从事桥梁设计工作。

剪滞效应的影响。朱力等^[10]基于能量原理建立了考虑界面滑移影响的组合箱梁剪滞效应解析解,分析了界面滑移对剪滞效应的影响规律。袁帅华等^[11]利用有限元软件模拟了波形腹板组合箱梁的施工过程,并分析了各施工阶段剪力滞效应的分布规律。蒲黔辉等^[12]以铁路常用正交异性钢桥为例,分析了桥面正应力分布规律及加劲肋的疲劳性能。方淑君等^[13]运用薄壁结构分析理论分析了钢箱梁翼缘板受压时的应力分布及局部稳定性。乔朋等^[14]基于Reissner理论,运用能量变分法建立了扁平钢箱梁的剪滞解析解,并分析了箱室截面尺寸对剪滞效应的影响。

综上所述,国内外学者在钢箱梁空间应力分布规律和稳定性研究方面已开展了丰富的探索,但分析过程中大多采用有限元软件进行模拟仿真,缺乏一定的理论性;此外,在针对钢箱梁剪滞效应进行研究时均未考虑加劲肋的影响。本文以剪滞附加挠度作为广义位移,建立考虑加劲肋影响的钢箱梁剪滞解析解,分析在简支和悬臂边界条件下剪滞效应的差异。

1 钢箱梁剪滞微分方程及边界条件

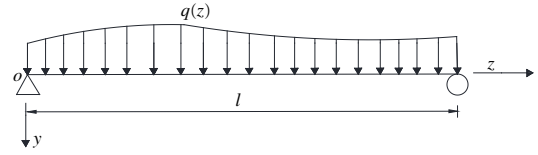
对称竖向荷载 $q(z)$ 作用下钢箱梁的弯曲变形分析示意图如图1所示,坐标系为 xyz ,坐标原点 o 位于截面形心, x 为横向轴, y 为竖向轴, z 为纵向轴。 b_1 、 b_2 和 b_3 为顶、底板的半宽和悬臂的板宽,m; t_1 、 t_2 、 t_3 和 t_4 分别为顶板厚、底板厚、悬臂板厚和腹板厚, t_{11} 为顶板纵向U肋的厚度, t_{22} 为底板纵向加劲肋的厚度, t_{33} 为悬臂板纵向加劲肋的厚度, t_{44} 为腹板纵向加劲肋的厚度,m; h 为梁高, h_1 为顶板中面至形心的距离, h_2 为底板至形心的距离,m。以剪滞附加挠度 $f(z)$ 为广义位移,则钢箱梁截面的纵向位移 $u(x,y,z)$ 的表示方式如式(1)所示:

$$u(x,y,z) = -yw'(z) - \omega(x,y)f'(z) \quad (1)$$

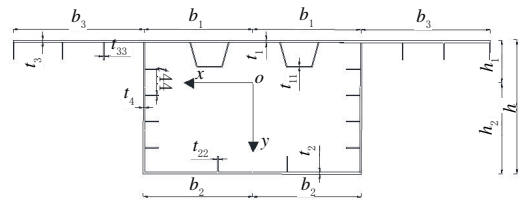
式中: x,y,z 分别为横向、竖向、纵向轴坐标的取值,m; $w'(z)$ 为初等梁挠度的一阶导数; $f'(z)$ 为剪滞附加挠度的一阶导数; $\omega(x,y)$ 为剪滞翘曲函数,采用文献[15]中的计算方法,如式(2)所示。

$$\omega(x,y) = \begin{cases} h_u \left(\cos \frac{\pi x}{2b_1} - \eta \right) & \text{顶板} \\ -h_b \left(\cos \frac{\pi x}{2b_2} - \eta \right) & \text{底板} \\ h_u \left(\cos \frac{\pi x}{2b_3} - \eta \right) & \text{悬臂板} \\ \eta y & \text{腹板} \end{cases} \quad (2)$$

式中: η 为剪滞正应力自平衡修正系数,通过使剪滞正应力在横截面上合成的力矩为0来确定,即 $\int_A \omega y dA = 0$ 。



(a) 对称荷载作用下梁轴图



(b) 钢箱梁横截面

图1 钢箱梁弯曲变形分析图示

将剪滞翘曲函数 $\omega(x,y)$ 代入自平衡条件后可得修正系数 η 如式(3)所示。

$$\eta = \frac{2(I_1 + I_2 + I_3)}{\pi I} \quad (3)$$

式中: I 为横截面绕 x 轴的惯性矩, m^4 ; I_i 为考虑加劲肋影响的各翼板等效惯性矩, m^4 ,即 $I_i = 2t_i b_i h_i^2 + \sum A_{ii} h_i^2$,其中 A_{ii} 为加劲肋截面积, m^2 。

由式(1)可得,钢箱梁截面纵向应力 $\sigma(x,y,z)$ 如式(4)所示。

$$\sigma(x,y,z) = -E[yw''(z) + \omega(x,y)f''(z)] \quad (4)$$

式中: E 为钢板弹性模量,MPa。

钢箱梁截面剪滞系数 λ 的定义为如式(5)所示。

$$\lambda = 1 + \frac{\omega f''}{yw''} \quad (5)$$

根据弹性理论,钢箱梁应变能 U 如式(6)所示。

$$U = \frac{1}{2} \iiint (E \varepsilon_z^2 + G \gamma_{xz}^2) dx dy dz \quad (6)$$

式中: $\varepsilon_z = \frac{\partial u(x,y,z)}{\partial z}$, $\gamma_{xz} \approx \frac{\partial u(x,y,z)}{\partial x}$; G 为剪切模量,MPa。

钢箱梁外力势能 V 如式(7)所示

$$V = - \int_0^l q(w+f) dz \quad (7)$$

钢箱梁总势能 Π 如式(8)所示。

$$\Pi = U + V = \int_0^l \left(\frac{EI}{2} w''^2 + \frac{E\xi_1}{2} f''^2 + E\xi_2 w'' f'' \right) dz + \frac{G\pi^2 \xi_3}{16} \int_0^l f'^2 dz - \int_0^l q(w+f) dz \quad (8)$$

式中: $\xi_1 = I_s \left(\frac{1}{2} - \frac{4\eta}{\pi} \right) + \eta^2 I$, $\xi_2 = \eta I - \frac{2}{\pi} I_s$, $\xi_3 =$

$$\sum_{i=1}^3 \frac{I_i}{b_i^2}, I_s = \sum_{i=1}^3 I_i$$

根据最小势能驻值原理,对总势能进行一阶变分运算,并令 $\delta \Pi = 0$, 所得结果如式(9)与式(10)所示。

$$EIw'''' + E\xi_2 f'''' - q = 0 \quad (9)$$

$$E\xi_1 f'''' + E\xi_2 w'''' - \frac{G\pi^2 \xi_3}{8} f'' - q = 0 \quad (10)$$

整理式(9)、式(10),可得剪滞附加挠度 $f(z)$ 的控制微分方程如式(11)所示。

$$f'''' - k^2 f'' = k_s q \quad (11)$$

$$\text{式中: } k^2 = \frac{GI\pi^2 \xi_3}{8E(\xi_1 I - \xi_2^2)}, k_s = \frac{I - \xi_2}{E(\xi_1 I - \xi_2^2)}$$

微分方程式(11)的通解如式(12)所示。

$$f = C_1 + C_2 z + C_3 \sin hkl + C_4 \cos hkl + f^* \quad (12)$$

式中: $C_1 \sim C_4$ 为附加挠度待求参数,由边界条件确定。

求解 $C_1 \sim C_4$ 这 4 个待求参数所需的边界条件为:

固定端: $f = 0, f' = 0$;

简支端: $f = 0, f'' = 0$;

自由端: $f''' = 0, f'''' - k^2 f' = 0$ 。

2 钢箱梁剪滞效应求解

简支箱梁受均布荷载作用的示意图如图 2 所示,根据均布荷载作用下简支箱梁的剪滞附加挠度通解式(12),结合简支边界条件 $f(0) = 0, f''(0) = 0, f(l) = 0, f''(l) = 0$, 可得在均布荷载 q 作用下简支钢箱梁的剪滞附加挠度 $f(z)$ 如式(13)所示。

$$f = \frac{k_s q}{k^4} \left(\frac{1 - \cos hkl}{\sin hkl} \sin hklz + \cos hklz - 1 \right) + \frac{k_s q}{2k^2} (lz - z^2) \quad (13)$$

将附加挠度表达式(13)代入钢箱梁纵向应力的表达式(4),可得考虑剪滞影响的简支钢箱梁纵向应力 $\sigma(x, y, z)$ 如式(14)所示。

$$\sigma(x, y, z) = \frac{qyz}{2I} (l - z) - \frac{Ek_s q \omega}{k^2} (\cos hklz - 1 + \frac{1 - \cos hkl}{\sin hkl} \sin hklz) \quad (14)$$

将纵向应力表达式(14)代入钢箱梁剪滞系数表达式(5),可得考虑剪滞影响的简支钢箱梁剪滞系数 $\lambda(x, y, z)$ 如式(15)所示。

$$\lambda(x, y, z) = 1 - \frac{2EI k_s \omega}{k^2 y z (l - z)} \left(\cos hklz - 1 + \frac{1 - \cos hkl}{\sin hkl} \sin hklz \right) \quad (15)$$

悬臂箱梁受均布荷载作用的示意图如图 3 所示,

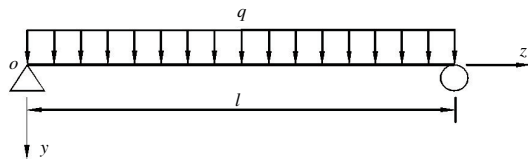


图2 简支钢箱梁受均布荷载作用

根据均布荷载作用下悬臂箱梁的剪滞附加挠度通解式(12),结合悬臂梁边界条件 $f(0) = 0, f'(0) = 0, f''(l) = 0, f'''(l) - k^2 f'(l) = 0$, 可得在均布荷载 q 作用下的悬臂钢箱梁的剪滞附加挠度 $f(z)$ 如式(16)所示。

$$f = \frac{k_s q (kl \sin hkl + 1)}{k^4 \cos hkl} (\cos hklz - 1) - \frac{k_s ql}{k^3} \sin hklz - \frac{k_s q}{2k^2} (z^2 - 2lz) \quad (16)$$

将附加挠度表达式(16)代入钢箱梁纵向应力的表达式(4),可得考虑剪滞影响的悬臂钢箱梁纵向应力 $\sigma(x, y, z)$ 如式(17)所示。

$$\sigma(x, y, z) = -\frac{qy}{2I} (z^2 - 2lz + l^2) - \frac{Ek_s q \omega}{k^2} \left(\frac{kl \sin hkl + 1}{\cos hkl} \cos hklz - kl \sin hklz - 1 \right) \quad (17)$$

将纵向应力表达式(17)代入钢箱梁剪滞系数表达式(5),可得考虑剪滞影响的悬臂钢箱梁剪滞系数 $\lambda(x, y, z)$ 如式(18)所示。

$$\lambda(x, y, z) = 1 + \frac{2EI k_s \omega}{k^2 y (z^2 - 2lz + l^2)} \left(\frac{kl \sin hkl + 1}{\cos hkl} \cos hklz - kl \sin hklz - 1 \right) \quad (18)$$

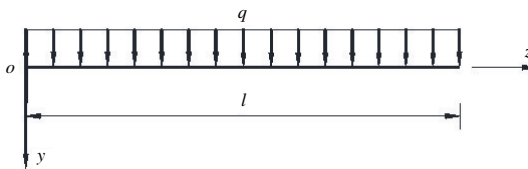
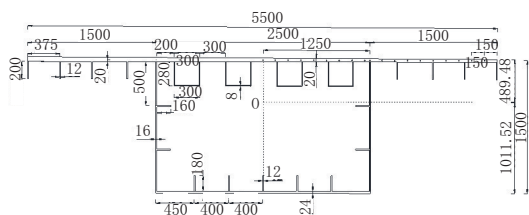


图3 悬臂箱梁受均布荷载作用

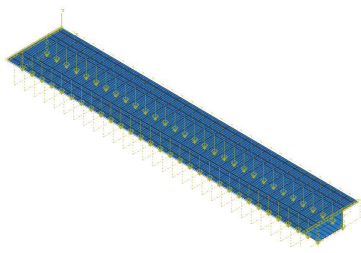
3 算例分析

算例选取文献[16]中介绍的钢箱梁桥,截面尺寸如图4(a)所示,跨度 $l=30$ m,钢材型号为 Q345qD,施加均布荷载 $q=20$ kN/m,均匀分配于顶板与腹板的交汇处,具体施加情况如图4(b)所示;弹性模量 $E=2.06 \times 10^5$ MPa,泊松比 $\mu=0.3$ 。分析在简支和悬臂板边界条件下该箱梁的剪滞效应。

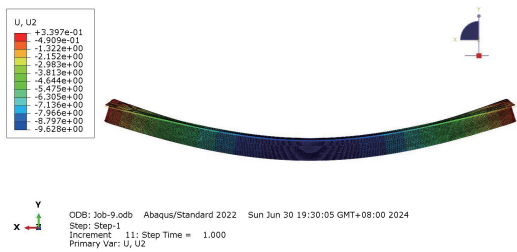
运用本文解析解计算在均布荷载作用下简支和



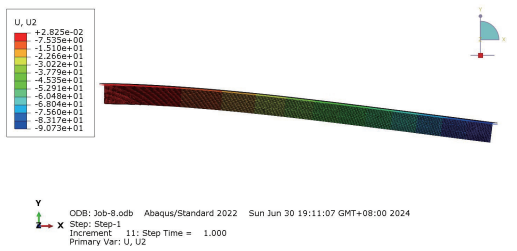
(a)钢箱梁截面尺寸(单位:mm)



(b)有限元模型均布荷载加载方式



(c)简支箱梁有限元模型



(d)悬臂箱梁有限元模型

图4 均布荷载作用下钢箱梁截面及有限元模型

悬臂箱梁跨中截面的纵向应力,采用 Abaqus 有限元软件壳单元建立钢箱梁三维空间有限元模型,总共划分出 145 161 个单元和 145 402 个节点,如图 4(b)、4(c)所示。分析提取跨中截面上翼板计算点的纵向应力,如表 1 所示;运用本文解析法和有限元法计算并绘制跨中截面上翼缘板剪滞系数的横向分布图,如图 5 所示。

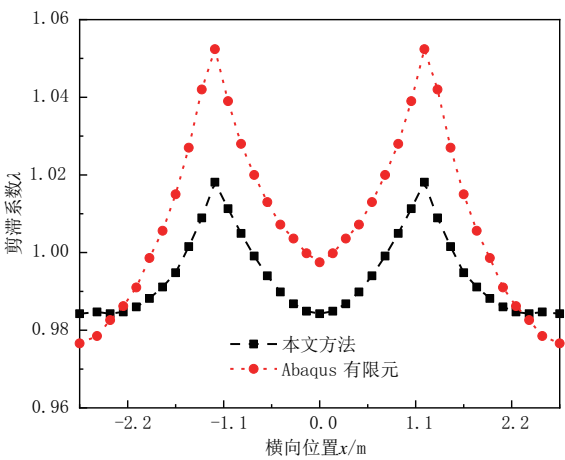
从表 1 可以看出,在简支和悬臂的边界条件下,运用本文方法计算的均布荷载作用下钢箱梁上翼缘板纵向应力与 Abaqus 计算得到的有限元数值解差值较小,最大差值为 3.18%,表明本文方法正确可靠;其中,简支边界条件下的计算误差略大于悬臂边界条件。

从图 5 可以看出,在简支和悬臂的边界条件下,运用本文解析法计算的均布荷载作用时钢箱梁上翼

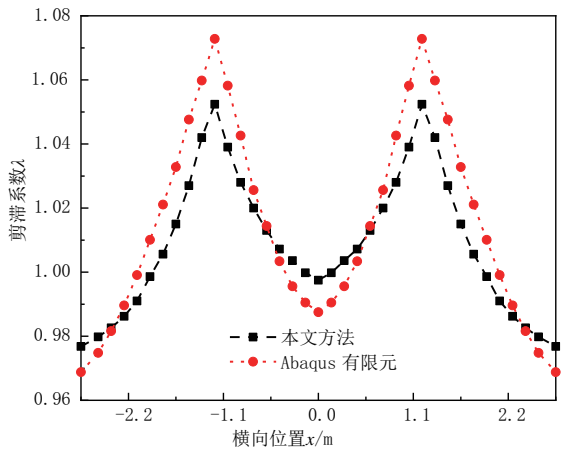
表 1 钢箱梁跨中截面计算点纵向应力对比 单位:MPa

计算位置 x/ m	简支边界条件			悬臂边界条件		
	本文解	Abaqus	差值 比	本文解	Abaqus	差值 比
0	-8.8 911	-9.0 108	1.33	8.8 726	8.7 836	1.01
0.45	-8.9 417	-9.0 984	1.72	8.9 589	8.9 251	0.38
0.9	-9.0 778	-9.2 863	2.24	9.1 439	9.2 738	1.40
1.35	-9.1 138	-9.4 127	3.18	9.2 684	9.4 267	1.68
1.8	-8.9 532	-9.0 839	1.44	8.9 446	9.0 825	1.52
2.25	-8.8 951	-8.9 087	0.15	8.7 721	8.8 023	0.34
2.75	-8.8 911	-8.8 220	0.78	8.6 885	8.6 173	0.83

注:差值比=|本文解-Abaqus|/Abaqus×100%



(a)简支边界条件



(b)悬臂边界条件

图5 均布荷载作用下钢箱梁跨中截面剪滞系数横向分布

缘板剪滞系数与 Abaqus 有限元软件的计算结果吻合良好;与有限元计算结果相比,简支和悬臂约束条件下钢箱梁上翼缘板与腹板交汇处的剪滞系数差值比分别为 0.78% 和 0.83%,进一步证明了本文解析方法的正确性。

运用本文解析解计算均布荷载作用时两种边界条件下,上翼缘板与腹板交汇处的剪滞系数纵向分布规律,如图 6 所示;同时计算并绘制考虑剪滞影响

的钢箱梁截面挠度随跨度的变化曲线,如图 7 所示,关键截面挠度的对比如表 2 所列。

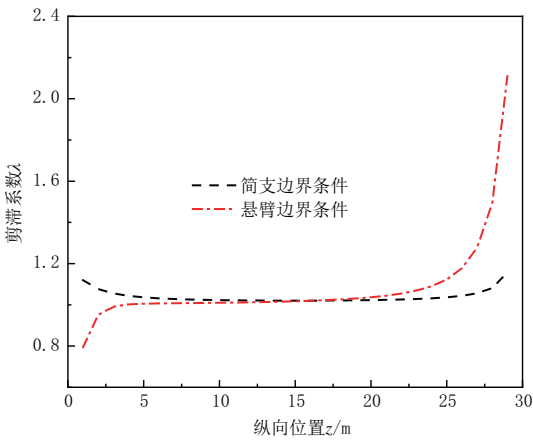
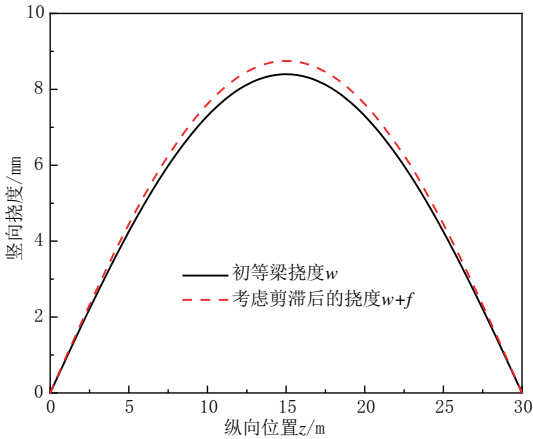
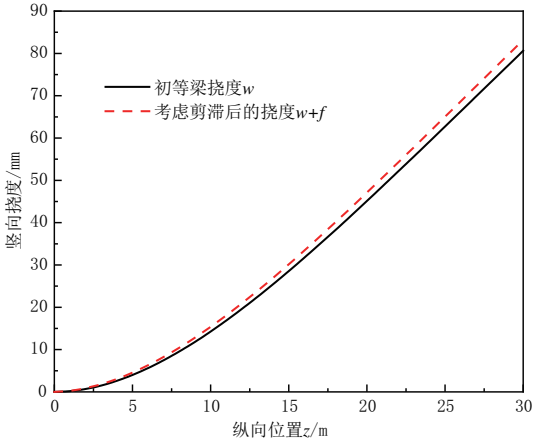


图 6 均布荷载作用下钢箱梁截面关键点剪滞系数纵向分布



(a)简支边界条件



(b)悬臂边界条件

图 7 均布荷载作用下钢箱梁挠曲线分布图

表 2 均布荷载作用下关键截面挠度对比 单位:mm

截面位置	w	$w+f$	差值比
简支跨中	8.3 988	8.7 506	4.18
悬臂自由端	80.6 285	83.1 731	3.16

注:差值比= $[(w+f)-w]/w \times 100\%$

从图 6 可以看出,简支和悬臂两个约束条件下,有均布荷载作用时钢箱梁上翼缘板与腹板交汇处的剪滞系数沿纵向分布规律较悬殊,简支边界条件下剪滞系数纵向分布关于跨中截面对称;悬臂边界条件下剪滞系数在两侧表现为较大的差异性,固定端附近截面表现为负剪滞效应,自由端附近表现为正剪滞效应,其数值较为突出,原因在于靠近自由端的箱梁初等梁应力较剪滞翘曲应力衰减显著,进而导致二者比值较为悬殊。

从图 7 和表 2 可以看出,简支和悬臂边界条件下,有均布荷载作用时考虑剪滞影响的钢箱梁竖向挠度大于初等梁挠度,简支边界条件时,二者差值比由梁端支点向跨中截面逐渐增大;悬臂边界条件下,二者差值比由固定端向自由端逐渐增大。与初等梁挠度相比,考虑剪滞影响后简支钢箱梁跨中截面的挠度差值比为 4.18%,悬臂钢箱梁自由端的挠度差值比为 3.16%。

4 结 语

本文以简支和悬臂的边界约束条件为例,推导了在均布荷载作用下简支和悬臂钢箱梁的剪滞效应解析解,并分析了考虑加劲肋影响的钢箱梁剪滞系数和挠曲线分布规律,得出结论如下。

(1)均布荷载作用下考虑加劲肋影响的钢箱梁剪滞效应变分解与有限元数值解吻合较好,表明本文方法的正确性和可靠性。

(2)简支和悬臂约束条件下钢箱梁剪滞系数纵向分布规律较悬殊,简支边界下剪滞系数纵向分布曲线关于跨中截面对称,悬臂固定端附近区域表现为负剪滞效应,而自由端区域表现为正剪滞效应。

(3)均布荷载作用下考虑剪滞影响的钢箱梁竖向挠度大于初等梁挠度;与初等梁挠度相比,考虑剪滞影响的简支钢箱梁跨中截面挠度差值比为 4.18%,悬臂钢箱梁自由端挠度差值比为 3.16%。

参考文献:

[1] 郭金琼,房贞政,郑振.箱形梁设计理论[M].2版.北京:人民交通出版社,2008.

[2] 张元海,胡玉茹,林丽霞.基于修正翘曲位移模式的薄壁箱梁剪力滞效应分析[J].土木工程学报,2015,48(6):44-45.

[3] 周茂定,李丽园,张元海.薄壁箱梁的剪力滞翘曲位移函数研究[J].中国公路学报,2015,28(6):67-73.

[4] 李立峰,李谋,叶萌,等.变截面波形钢腹板-UHPC箱梁剪力滞效应试验与理论研究[J].铁道科学与工程学报:1-10.

[5] Li Shengyu, Hong Yu, Gou Hongye, et al. An Improved Method for Analyzing Shear-lag in Thin-walled Girders with Rectangular Ribs