

一种集中塑性铰模型算法研究及实现

王 淼¹, 勾业凯², 董正方²

[1. 上海市市政工程设计研究总院(集团)有限公司, 上海市 200092; 2. 河南大学建筑工程学院, 河南 开封 475004]

摘 要: 集中塑性铰模型常用来模拟梁柱单元的非线性, 但具有多种实现算法。基于有限单元柔度法提出的集中塑性铰单元模型是在无刚体位移系统下, 根据弹性梁单元处和塑性铰处截面与变形的关系, 通过理论及算法的推导, 并在基于面向对象的有限元程序求解框架中加以实现的。为验证该单元模型的准确性和可靠性, 采用此模型对典型案例进行了非线性分析, 并分别将分析结果、商用软件 SAP2000 和 MIDAS 模拟值与理论值进行了横向位移和转角的对比。结果表明, 该单元模型建模方便、算法简单, 易于集成到有限元分析程序中, 能够与普通梁单元共同组成构件, 可用来分析桥墩、框架梁柱等的非线性问题。

关键词: 有限元分析; 集中塑性铰; 抗力; 柔度法; 非线性分析

中图分类号: TU375.1

文献标志码: A

文章编号: 1009-7716(2026)07-0016-07

Research and Implementation of a Lumped Plastic Hinge Model Algorithm

WANG Miao¹, GOU Yekai², DONG Zhengfang²

[1. Shanghai Municipal Engineering Design Institute (Group) Co., Ltd., Shanghai 200092, China; 2. School of Civil Engineering and Architecture, Henan University, Kaifeng 475004, China]

Abstract: The lumped plastic hinge model is often used to simulate the nonlinearity of beam-columns elements, but there are many realization algorithms for it. The lumped plastic hinge element model proposed based on the finite element flexibility method is in a system without rigid body displacement. The theory and algorithm are derived according to the relation between the section and the deformation at the elastic beam element and the plastic hinge, and are implemented in the framework of object-oriented finite element program solution. To verify the accuracy and reliability of this element model, a nonlinear analysis of typical cases is conducted using this model. And the analysis results, the simulated values of commercial software SAP2000 and MIDAS are compared with the theoretical values for lateral displacement and rotation angle respectively. The result shows that this element model is convenient to model and has a simple algorithm, which is easy to integrate into the finite element analysis program and can be used together with ordinary beam elements to form components, and can be used to analyze the nonlinear problems of bridge piers, frame beams and columns.

Keywords: finite element analysis; lumped plastic hinge; resisting force; flexibility method; nonlinear analysis

0 引 言

历次地震灾害表明, 工程结构会进入非线性甚至倒塌。为了研究这一行为, 数值模拟中常用塑性铰单元来模拟梁杆单元的非线性, 而该单元又可分为集中塑性铰模型和分布塑性铰模型^[1]。

Clough 双组件模型^[2]和 Giberson 单组件模型^[3]是

最早的塑性铰模型。其后 Powell 等^[4]将塑性铰模型推广到了单元端部的轴力-弯矩相互作用。Filippou 等^[5]则介绍了由一个弹性梁单元与一个两端通过塑性铰连接的刚性杆串联组成的集中塑性铰子单元模型, 以及由一个刚性杆两端分别连接一个有长度的塑性铰区组成的子单元与一个弹性梁单元串联形成的分布塑性铰子单元模型。基于位移和基于力的纤维模型单元理论分别由 Mari 等^[6]和 Mahasuveradcha 等^[7]提出, 在此基础上, Spacone^[8]又提出了混合法, 至此塑性铰模型基本发展成熟。塑性铰模型在有限元软件中的实现情况为: 开源软件例如 OpenSees^[9]中开发了3种基于位移法或力法的塑性铰梁柱单元^[10], 但该软件没有实现集中塑性铰模型; 商业软件

收稿日期: 2025-12-31

基金项目: 中建六局科技研发计划资助(CSCEC6B-2024-Z-7);
河南省自然科学基金资助项目(242300421433)

作者简介: 王淼(1977—), 男, 博士, 高级工程师, 从事城市轨道交通结构设计工作。

通信作者: 董正方(1980—), 男, 博士, 教授, 从事城市轨道交通结构抗震研究工作。电子信箱: dzf@henu.edu.cn

例如 SAP2000 中开发出可插入到框架单元或索、预应力钢筋对象上的铰单元, MIDAS 中也实现了非弹性铰,但都无法了解内部的算法。近年来对于塑性铰模型的开发较少,大多都是对现有模型参数进行分析、对比和修正^[11-17],针对不同模型在程序中的算法实现较少提及,属于商业秘密。

本文提出了一种集中塑性铰单元模型。为了能更便捷地对该模型进行二次开发和扩展,通过理论及算法的推导,使其在基于面向对象的有限元程序求解框架中得以实现。最后进行了单元模型准确性的算例验证。

1 集中塑性铰模型理论

1.1 单元概况

模型符合几何线性小变形假定;轴力和扭矩是弹性的,与其他内力不耦合;不考虑剪切产生的梁的挠度;梁截面两个方向的弯曲不相互耦合;塑性变形只集中在梁单元两端长度为零的区域,其他位置只发生弹性变形。

集中塑性铰模型见图 1。该模型为一个普通的弹性梁单元在距离两端的一定位置插入零长度单元的塑性铰,使模型两端等效塑性铰长度为 L_{pi} 、 L_{pj} 内的塑性变形集中在零长度塑性铰 L_{0i} 、 $L - L_{0j}$ 位置;考虑 y 、 z 方向塑性铰长度可能不同的情况,因此每端有 2 个塑性铰长度,分别为 L_{piy} 、 L_{piz} (L_{pyy} 、 L_{piz}),同时也会产生 4 个不同的塑性铰位置 L_{0iy} 、 L_{0iz} (L_{0jy} 、 L_{0jz})。整个单元除了 4 个铰点都是线弹性区域,总长度为 L 。该单元中铰属于两方向不耦合的弯曲铰,并且在建立三维模型时,存在构件端部两方向均产生塑性铰的情况时,可用一个单元同时模拟两个方向的塑性铰,相较于商用软件建模更加快捷方便。该模型一般用于模拟在非线性情况下出现塑性铰的梁杆构件,塑性变形集中在一个较小的区域,例如框架梁、框架柱、横梁、桥梁墩柱等。

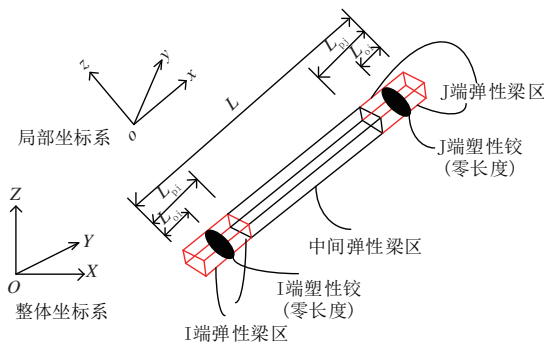


图 1 集中塑性铰模型

规定模型横向位移、剪切抗力方向与局部坐标轴方向一致;转角位移、弯曲抗力方向符合右手螺旋定则。

1.2 截面柔度矩阵

集中塑性铰单元基于有限单元柔度法理论,在无刚体位移状态下进行刚度矩阵的计算,计算刚度矩阵流程见图 2。

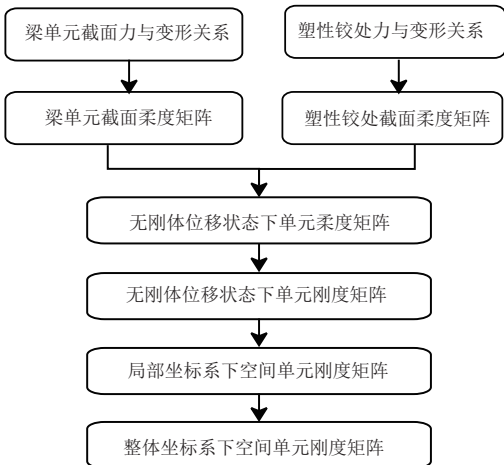


图 2 计算刚度矩阵流程图

一般空间梁单元与无刚体位移梁单元的单元节点力及位移的转换见图 3。图中 F 表示轴力或剪力; M 表示弯矩或扭矩; u 表示平动位移; θ 表示转动位移。

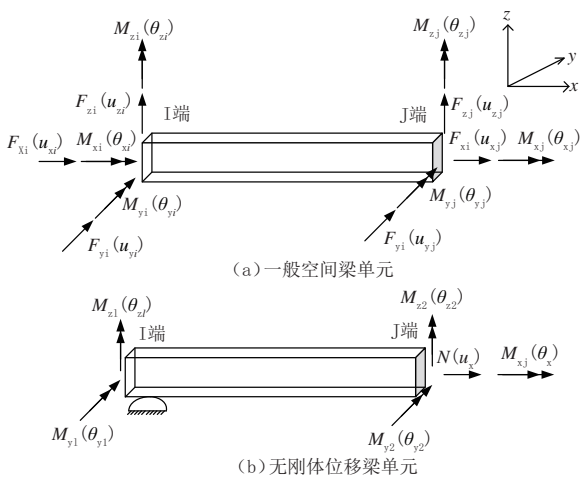


图 3 2 种形态的节点力和节点位移的转换

塑性铰梁单元部分截面力与变形的关系为:

$$\{d(x)\} = [f_s(x)]\{q(x)\} = \begin{bmatrix} \frac{1}{EI_y} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{EI_z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EA} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{GJ_x} \end{bmatrix} \{q(x)\} \quad (1)$$

式中: $\{d(x)\}$ 、 $[f_s(x)]$ 、 $\{q(x)\}$ 分别为截面变形列的向量、柔度矩阵、力的列向量; EI_y 、 EI_z 、 EA 、 GJ_x 分别为截面绕 y 、 z 轴的抗弯刚度和绕 x 轴的扭转刚度。

集中塑性铰处力与变形的关系是弯矩-转角刚度关系,如图4所示。图4中: M_y 为屈服弯矩; θ_y 、 θ_u 、 θ_{pu} 分别为屈服转角、极限转角、塑性极限转角,三者关系式见式(2); k_M 、 k_M^e 、 k_M^p 分别为总刚度、弹性刚度、塑性刚度,三者关系式见式(3)。

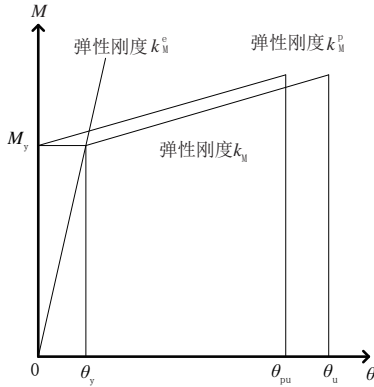


图4 弯矩-转角的刚度关系

$$\theta_{pu} = \theta_u - \theta_y \quad (2)$$

$$\frac{1}{k_M} = \frac{1}{k_M^e} + \frac{1}{k_M^p} \quad (3)$$

I端集中塑性铰处的截面柔度矩阵 $[f_{pi}]$ (J端同理)为:

$$[f_{pi}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_{M_y,1}^p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_{M_z,1}^p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{k_{N,1}^p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k_{M_x,1}^p} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $k_{N,1}^p$ 、 $k_{M_x,1}^p$ 分别为I端集中塑性铰处的轴向刚度和扭转刚度,由于此单元仅考虑弯曲方向的非线性,不考虑轴向和扭转非线性,因此这2个刚度始终为0; $k_{M_y,1}^p$ 和 $k_{M_z,1}^p$ 是 y 、 z 方向的弯曲刚度,其数值由塑性铰的本构模型确定。

根据式(3)和图4可知,在弹性阶段,塑性刚度为 $+\infty$,此时 $[f_{pi}] = \text{diag}[0, 0, 0, 0]$,退化为弹性梁单元。

1.3 单元刚度矩阵

根据虚功原理、截面与节点的传递矩阵 $[T(x)]$ (见式(5))、文献[18]中高斯积分方法,得到无刚体位移状态下单元柔度矩阵 $[f]$ (见式(6)),求逆即得

单元柔度矩阵 $[k]$;根据局部坐标系与无刚体位移状态下的转换关系,以及局部与整体坐标系的转换关系,即可得到单元整体坐标系中的单元刚度矩阵 $[K]_e$ 。

$$[T(x)] = \begin{bmatrix} -(1-x/L) & x/L & 0 & 0 \\ 0 & -(1-x/L) & x/L & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[f] = [T(0)]^T [f_s^e] [T(0)] \cdot \frac{1}{4} L + \left[T\left(\frac{2}{3}L\right) \right]^T [f_s^e] \left[T\left(\frac{2}{3}L\right) \right] \cdot \frac{3}{4} L + [T(L_{0i})]^T [f_{pi}] [T(L_{0i})] + [T(L - L_{0j})]^T [f_{pj}] [T(L - L_{0j})] \quad (6)$$

2 集中塑性铰模型算法

图5是集中塑性铰单元模型的算法流程图。由图5可知,对于整个有限元程序来说,该单元模型需要完成的计算主要有3项:形成单元刚度矩阵、计算单元外荷载、根据单元节点变形计算单元抗力。其中计算单元外荷载时,根据单元外荷载信息,将单元力转化为单元节点力^[19];对于刚度矩阵和抗力的计算,下文有详细说明。

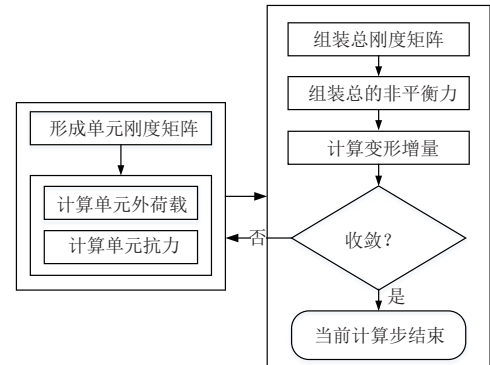


图5 集中塑性铰单元模型的算法流程图

2.1 单元刚度矩阵

根据单元材料的当前状态,确定材料(或截面)的切线刚度(或割线刚度等),然后通过积分确定单元的刚度矩阵。此过程需要单元模块和材料模型协调完成,由于每步的单元状态在不断变化,需要借助非线性标签完成此工作。通过非线性标识更新刚度矩阵的流程见图6。

2.2 单元抗力

2.2.1 轴向、扭转抗力求解

由于该模型是不同方向具有弯曲铰的集中塑性铰模型,根据前面的假定,轴向抗力和扭转抗力 $\{F\}'$ 。

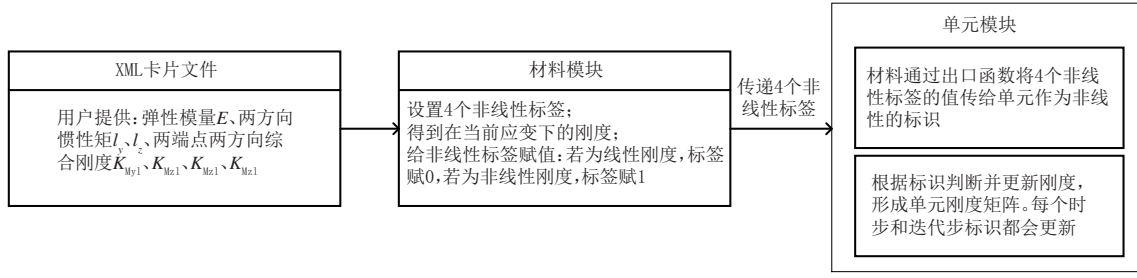


图6 通过非线性标识更新刚度矩阵流程

可单独按照弹性计算：

$$\{F\}'_e = [k]'_e \cdot U \quad (7)$$

式中： $[k]'_e$ 是局部坐标系下刚度矩阵对应的轴向和扭转刚度部分； U 是局部坐标系下位移全量列向量对应的轴向和扭转位移。

2.2.2 弯曲抗力求解

抗力作为求解的中间步骤，其算法实现一般很少被提及。本文研究的弯曲抗力求解方法，仅通过几何关系和变形协调条件，用二元一次方程组的形式即可进行弯曲抗力的求解，方法简单易行。

弯曲抗力的求解是通过曲率得到的，而曲率可通过杆端位移计算得出。在该面向对象的有限元程序求解框架中，弯曲抗力求解流程不仅只通过单元模块就可以实现，和刚度矩阵一样，也存在单元模块与材料模块之间的数据调用来达到求解弯曲抗力的目的。图7是单元模块与材料模块数据传递流程。

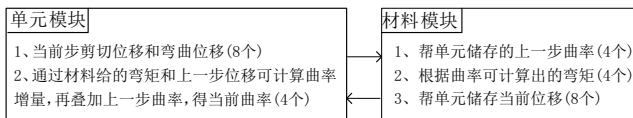


图7 单元模块与材料模块数据传递流程

由图7可知，求解弯曲抗力的核心是杆端曲率的求解，这部分算法是在单元中单独完成的。采用变形协调条件和几何关系，塑性铰单元结合第*i*步的状态，根据第*i+1*步的位移增量 du_{i+1} ，求出单元在第*i+1*步的状态，进而求出单元第*i+1*步的弯曲抗力。

由于采用变形协调条件求解，即将I端或者J端曲率增量分成弹性部分和塑性部分，单元的曲率增量存在4种可能：I端弹性，J端弹性；I端弹性，J端塑性；J端塑性，I端弹性；I端塑性，J端塑性。在某端增量是塑性的时候，里面肯定会存在着弹性部分，因此，首先需要找到在塑性增量状态下，弹性增量和塑性增量的比例关系，如图8所示。

由图8可知，弹性曲率增量 $d\varphi_j^e$ 和塑性曲率增量 $d\varphi_j^p$ 的比值可用下式表示：

$$\frac{d\varphi_j^e}{d\varphi_j^p} = \frac{\cot \theta_2}{\cot \theta_1 - \cot \theta_2} = \frac{k_M}{k_M^e - k_M} \quad (8)$$

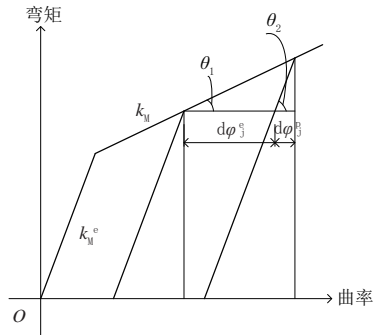


图8 弹性曲率增量和塑性曲率增量关系

找到两者关系后，为方便计算，可进行自由度的缩减，将两端位移增量集中在J端。杆两端第*i+1*步位移增量为： $du_{iy}, du_{iz}, d\theta_{iy}, d\theta_{iz}, du_{jy}, du_{jz}, d\theta_{jy}, d\theta_{jz}$ 。

以*x-z*平面为例（见图9，*x-y*平面同理），*y, z*方向自由度缩减后的位移增量为：

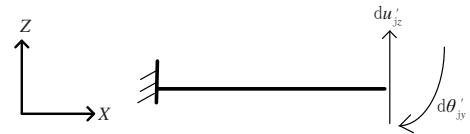


图9 位移集中在J端

$$\begin{aligned} d\theta'_{jy} &= d\theta_{jy} - d\theta_{iy} \\ du'_{jz} &= du_{jz} - du_{iz} - L \cdot d\theta_{iy} \quad (z \text{ 方向位移增量}) \\ d\theta'_{jz} &= d\theta_{jz} - d\theta_{iz} \\ du'_{jy} &= du_{jy} - du_{iy} - L \cdot d\theta_{iz} \quad (y \text{ 方向位移增量}) \end{aligned} \quad (9)$$

假定弹性曲率沿单元线性分布；塑性铰长度范围内，塑性曲率相同。弹性曲率、塑性曲率与位移之间的关系见图10。

横向位移、转角、曲率的方向如上文，根据变形协调条件，弹性状态下曲率与位移的关系满足式(10)：

$$\begin{cases} \int_0^L \left(\frac{x-L}{L} d\varphi_{ie} + \frac{x}{L} d\varphi_{je} \right) dx = d\theta'_j \\ \int_0^L \left(\frac{x-L}{L} d\varphi_{ie} + \frac{x}{L} d\varphi_{je} \right) (L-x) dx = -du'_j \end{cases} \quad (10)$$

式(10)用函数表达的形式为：

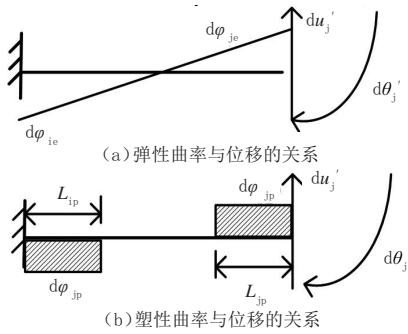


图10 弹性曲率和塑性曲率与位移之间的关系

$$\begin{cases} \theta_e(\varphi_{ie}, \varphi_{je}, L) = -\frac{L}{2}(\varphi_{ie} - \varphi_{je}) \\ u_e(\varphi_{ie}, \varphi_{je}, L) = \frac{L^2}{6}(2\varphi_{ie} - \varphi_{je}) \end{cases} \quad (11)$$

塑性状态下曲率与位移的关系满足式(12):

$$\begin{cases} d\varphi_{ie}\theta_e(1, 0, L) + \frac{k_{MzJ}}{k_{MzJ}^e - k_{MzJ}}d\varphi_{jp}\theta_e(0, 1, L) + d\varphi_{jp}\theta_p(0, 1, L_{ip}, L_{jp}, L) = d\theta_j' \\ d\varphi_{ie}u_e(1, 0, L) + \frac{k_{MzJ}}{k_{MzJ}^e - k_{MzJ}}d\varphi_{jp}u_e(0, 1, L) + d\varphi_{jp}u_p(0, 1, L_{ip}, L_{jp}, L) = du_j' \end{cases} \quad (14)$$

求解式(14),即可计算出I端弹性曲率增量 $d\varphi_{iez}$ 、J端的塑性曲率增量 $d\varphi_{jpx}$;再分别加上上一步的曲率 φ_{iz} 、 φ_{jx} ,然后通过下面方法进行判断:若判断的结果位于 $c1c3$ 或 $c1c2$ 上,即符合假设, $\varphi_{iz} + d\varphi_{iez}$, $\varphi_{jx} + \frac{k_{MzJ}}{k_{MzJ}^e - k_{MzJ}}d\varphi_{jpx} + d\varphi_{jpx}$ 是I端和J端曲率,否则假设不成立,继续另外3种假设。判断方法如下:

以随动强化材料为例,判断变形处于弹性还是弹塑性状态(见图11)。表1对 c 、 $c1c3$ 、 $c1c2$ 化简后的表达式及其值所在直线进行了说明。

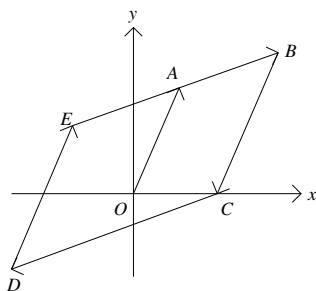


图11 随动强化滞回曲线模型

表1 随动强化滞回曲线模型说明

参数	化简后表达式	所在直线
c	上一步弯曲抗力+初始刚度×当前步曲率	$O-A$ 、 $B-C$ 、 $D-E$
$c1c3(c1+c3)$	折减系数×(初始刚度×当前步曲率-屈服弯矩)+屈服弯矩	$A-B$ 、 $E-A$
$c1c2(c1-c2)$	折减系数×(初始刚度×当前步曲率+屈服弯矩)-屈服弯矩	$C-D$

当 $c1c3 < c$ 时,此时的曲率大于屈服曲率,位于 $c1c3$ 线上,代表进入弹塑性状态;当 $c1c3 \geq c$ 时,此时

$$\begin{cases} d\varphi_{jp}L_{jp} - d\varphi_{ip}L_{ip} = d\theta_j' \\ \int_0^{L_{ip}} d\varphi_{ip}(L-x)dx - \int_{L-L_{jp}}^L d\varphi_{jp}(L-x)dx = du_j' \end{cases} \quad (12)$$

式(12)用函数表达的形式为:

$$\begin{cases} \theta_p(\varphi_{ip}, \varphi_{jp}, L_{ip}, L_{jp}, L) = \varphi_{jp}L_{jp} - \varphi_{ip}L_{ip} \\ u_p(\varphi_{ip}, \varphi_{jp}, L_{ip}, L_{jp}, L) = \varphi_{ip}(L - \frac{L_{ip}}{2})L_{ip} - \varphi_{jp}\frac{L_{jp}^2}{2} \end{cases} \quad (13)$$

因篇幅有限,现仅对 z 方向I端弹性、J端塑性的情况进行阐述。假设在I端曲率增量是弹性 $d\varphi_{iez}$;J端曲率增量是弹性和塑性,由式(8)可知,J端弹性曲率增量为 $\frac{k_{MzJ}}{k_{MzJ}^e - k_{MzJ}}d\varphi_{jpx}$,塑性曲率增量为 $d\varphi_{jpx}$ 。通过变形协调条件可得出式(14)的二元一次方程组。

的应变有2种可能情况,需要将 c 与 $c1c2$ 进行对比:若 $c > c1c2$,则计算的曲率在 $[-$ 屈服曲率,屈服曲率 $]$ 之间,即位于 c 线上,代表尚处于弹性状态;若 $c < c1c2$,则计算的曲率小于负的屈服曲率,即位于 $c1c2$ 线上,代表进入弹塑性状态。

在得到4个杆端曲率后(见图7),即可根据第 $i+1$ 步的位移增量 du_{i+1} 求出单元在第 $i+1$ 步的状态,进而求出单元第 $i+1$ 步的弯曲抗力。

2.2.3 剪切抗力求解

在无刚体位移状态下,维度仅为6的刚度矩阵是不存在剪切方向的,剪切刚度受弯矩影响,与弯曲抗力存在一定关系。弯曲刚度的非线性,导致剪切刚度也一直在变化,无法通过刚度矩阵乘上位移求解剪切抗力。此时需要找出弯曲抗力与剪切抗力的关系,二者关系式为:

$$\begin{aligned} \frac{(M_{iz} + M_{jz})}{L} &= Q_{iy}, \quad \frac{-(M_{iz} + M_{jz})}{L} = Q_{jy} \\ \frac{-(M_{iy} + M_{jy})}{L} &= Q_{iz}, \quad \frac{(M_{iy} + M_{jy})}{L} = Q_{jz} \end{aligned} \quad (16)$$

3 实例分析与对比

3.1 模型建立

采用本文求解框架、有限元分析软件SAP2000和MIDAS,分别建立一个悬臂梁构件(见图12)。该构件的弹性模量 $E=1\ 000\text{ kN/m}^2$,泊松比 $\nu=0.3$,截面积 $A=16.696\text{ m}^2$,惯性矩 $I_z=92.89\text{ m}^4$,长度为24 m。在本文求解框架中,该模型由5个单元组成,其中除1

号单元为单向集中塑性铰单元,其余单元分别采用弹性梁单元,其中0号单元长度定义为0.000 1 m,目的是为了使得集中塑性铰单元的两节点均存在自由度,0号单元长度可忽略不计;在SAP2000和MIDAS分析模型中,均用4个弹性梁柱单元在1号单元两端插入非弹性铰来模拟,非弹性铰属性采用双折线滞回模型。

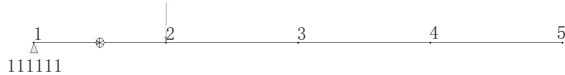


图 12 有限元模型示意图

3.2 模型验证

为验证本文集中塑性铰单元模型的准确性和适用性,分别进行静力非线性和动力非线性模拟分析。在悬臂梁距离支座6 m处施加一个向下的集中荷载进行静力非线性验证,荷载大小为200 kN。将3种软件所得5节点的位移分别与理论值(悬臂梁受集中力的端部位移、转角见材料力学公式)对比,对比结果见图13。

由图13可知,3种有限元分析软件对5节点横向位移和转角的模拟值与理论值比较结果为:集中塑性铰单元模型的横向位移最大误差为1.71%,转角为1.78%;SAP2000分析模型的横向位移最大误差为3.32%,转角为3.08%;MIDAS分析模型的横向位移最大误差为0.68%,转角为0.60%。本文的集中塑性铰单元模型求解误差位于2款商用软件之间,说明其能较为准确地模拟静力非线性。MIDAS分析模型的模拟值与理论值最为接近,SAP2000分析模型则误差较大。经过分析,推测SAP2000分析模型的模拟值误差较大的原因是其在抗力计算的算法中,只考虑了塑性铰的位置,没有考虑塑性铰长度,而塑性铰处的转角需要在铰长方向积分得到才更为准确。

在悬臂梁距离支座6 m处施加一个向下的1 000 kN冲击荷载进行动力非线性验证,荷载作用见图14,时间间隔为0.1 s,分别在本程序框架和SAP2000分析模型中提取5节点的位移,对比结果见图15。由图15可见,本文集中塑性铰单元模型的横向位移与SAP2000分析模型模拟值的最大误差为4.29%,转角为5.23%,整体位移则基本吻合,验证了本单元模型的准确性。误差产生的原因是在加载进入非线性的过程中,因本模型计算抗力算法的差异,与SAP2000分析模型模拟值有不足1%的误差,但随着卸载的进行,位移将逐渐减小,从而导致误差的占比逐渐扩大。这一点与静力非线性模拟分析时一致。

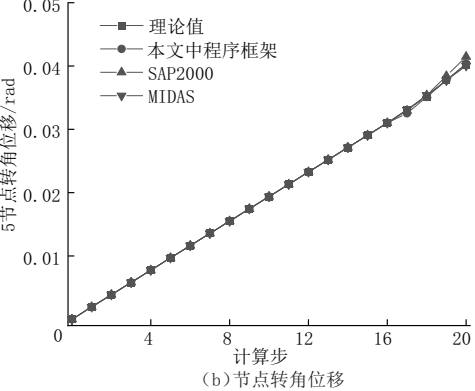
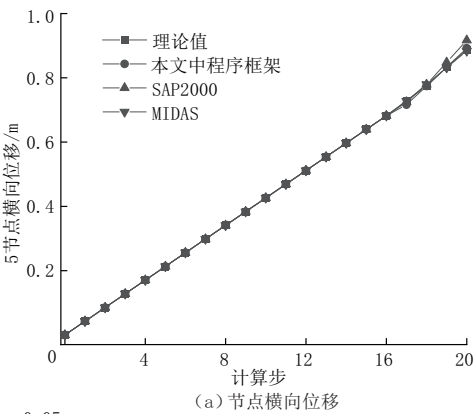


图 13 静力非线性5节点位移

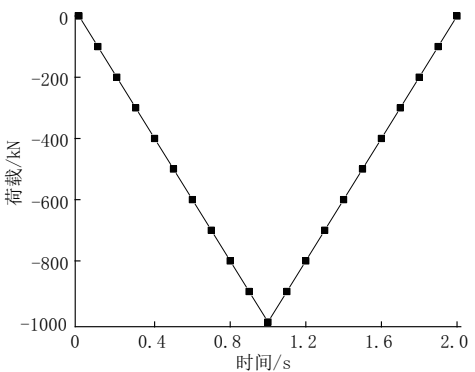


图 14 荷载历程图

4 结 语

- (1)可用一个单元建立两端、两个方向的弯曲铰,当构件两端两方向均产生塑性铰的工况下,相较于商用软件,该单元建模更方便快捷。
- (2)单元模型算法简单易实现,曲率求解仅需通过几何关系和变形协调条件,建立二元一次方程组即可实现,编程简单,易于集成到有限元程序中。
- (3)本单元基于面向对象的有限元程序求解框架实现,接口封装性强、添加单元不用修改核心代码,在实现时单元内部函数相互独立,互不耦合,更利于二次开发者代码的编写和参数的修正。
- (4)本文的塑性铰单元模型不能考虑剪切变形,轴力和扭矩是弹性的,2个弯矩方向不耦合。

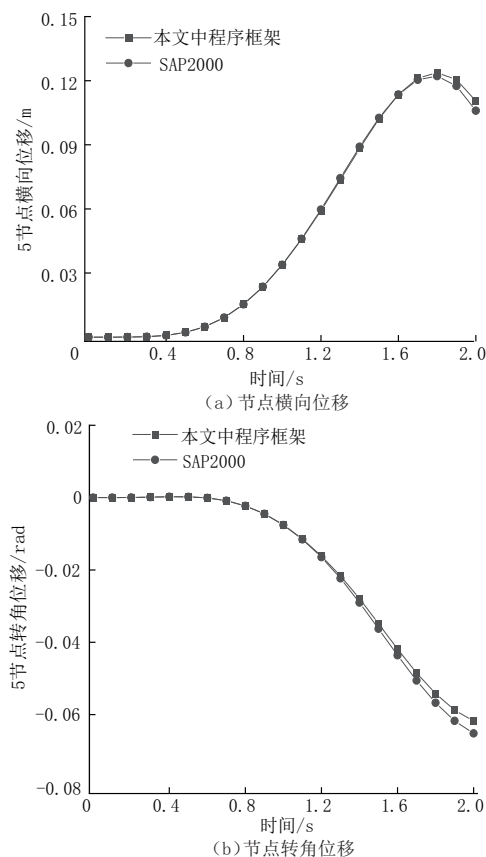


图15 动力非线性5节点位移

参考文献:

- [1] 聂利英. 桥梁抗震非线性分析理论研究[D]. 上海: 同济大学, 2002.
- [2] CLOUGH R W, BENUSKA K L, WILSON E L. Inelastic earthquake response of tall buildings[C]//World Conference on Earthquake Engineering, Wellington, New Zealand, New Zealand National Committee on Earthquake Engineering, 1965: 68-89.
- [3] GIBERSON M F. The response of nonlinear multi-story structures subjected to earthquake excitation[D]. Pasadena, California, USA: California Institute of Technology, 1967.
- [4] POWELL G H, CHEN P F. 3D beam-column element with generalized plastic hinges[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1986, 112(7): 627-641.
- [5] FILIPPOU F C, ISSA A. Nonlinear analysis of reinforced concrete frames under cyclic load reversals[R]. Berkeley: EERC Report 88-12, Earthquake Engineering Research Center, 1988.
- [6] MARI A, SCORDELIS A. Nonlinear geometric material and time dependent analysis of three dimensional reinforced and prestressed concrete frames[R]. Berkeley: SESM Report 82-12, Department of Civil Engineering, University of California, 1984.
- [7] MAHASUVERACHAI M, POWELL G H. Inelastic analysis of piping and tubular structures[R]. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, University of California, 1982.
- [8] SPACONE E, FILIPPOU F C, TAUCER F F. Fiber beam-column model for nonlinear analysis of R/C frames[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1996, 25(7): 727-742.
- [9] 韩小雷, 陈学伟, 郑宜, 等. 足尺钢框架振动台试验及动力塑性数值模拟[J]. 地震工程与工程振动, 2008, 28(6): 134-141.
- [10] 宁超列, 段忠东. OpenSees 中三种非线性梁柱单元的研究[J]. 低温建筑技术, 2009, 31(3): 49-53.
- [11] 韩小雷, 冯润平, 季静, 等. 基于深度学习的 RC 梁集中塑性铰模型参数研究[J]. 工程力学, 2021, 38(11): 160-169.
- [12] 倪章军, 乔升访. 基于 OpenSees 纤维模型的钢筋混凝土柱数值分析与对比[J]. 低温建筑技术, 2020, 42(8): 53-56.
- [13] 李晓莉, 成虎, 王宏业, 等. 利用等效塑性铰模型对 Park-Ang 双参数地震损伤模型的改进[J]. 应用基础与工程科学学报, 2018, 26(2): 324-336.
- [14] 董成友, 杜轲, 马加路, 等. 基于侧向刚度的 RC 柱集中塑性铰模型研究[J]. 建筑结构学报, 2025, 46(4): 81-90.
- [15] 朱贺, 汤轶群, 杜二峰. 基于二阶梁柱单元的精细塑性铰算法[J]. 建筑钢结构进展, 2023, 25(5): 75-81.
- [16] LI Ping, LIU Jin, CHEN Wensu, et al. Numerical investigation on plastic hinge behavior of hybrid steel-FRP reinforced concrete columns[J]. Engineering Structures, 2025, 322(Part A): 1-14.
- [17] 董成友. 基于侧向刚度的 RC 框架集中塑性铰模型研究[D]. 宜昌: 三峡大学 2025.
- [18] SCOTT M H, FENVES G L. Plastic hinge integration methods for force-based beam-column elements[J]. Journal of Structural Engineering, 2006, 132(2): 244-252.
- [19] 李浩杰. 基于面向对象的精细化有限元分析程序的设计与实现[D]. 开封: 河南大学, 2024.